

Viši fizikalni praktikum II

Maja Đekić, Dijana Dujak, Majra Šišić Čaluk,
Benjamin Fetić

Sarajevo, 2026. godine.

Viši fizikalni praktikum II

Autori:

prof. dr. Maja Đekić, prof. dr. Dijana Dujak, Majra Šišić Čaluk MA, prof. dr.
Benjamin Fetić

Recenzenti:

prof. dr. Elvedin Hasović
redovni profesor na Univerzitetu u Sarajevu – Prirodno-matematičkom
fakultetu
doc. dr. Almedina Modrić – Šahbazović
docentica na Prirodno – matematičkom fakultetu Univerziteta u Tuzli

Izdavač:

Univerzitet u Sarajevu – Prirodno-matematički fakultet

Adresa izdavača:

Zmaja od Bosne 33-35, Sarajevo

Godina izdanja:

2026

Izdanje:

elektronsko

ISBN 978-9926-594-11-4

CIP zapis dostupan u COBISS sistemu Nacionalne i univerzitetske biblioteke
BiH pod ID brojem 70690822

PREDGOVOR

Ovaj rukopis je namijenjen studentima Odsjeka za fiziku, Univerziteta u Sarajevu – Prirodno-matematičkog fakulteta, kao glavna literatura za predmet Viši fizikalni praktikum II koji je obavezan za sva usmjerenja na četvrtoj godini I ciklusa studija. Viši fizikalni praktikum II predstavlja nastavak na Viši fizikalni praktikum I i uključuje složene vježbe koje često zahtijevaju precizna i dugotrajna mjerenja. Sa teorijskim osnovama potrebnim za izvođenje vježbi studenti su se uglavnom upoznali tokom studija kroz različite predmete: Kvantna mehanika I i II, Fizika čvrstog stanja I i II te Uvod u atomsku i nuklearnu fiziku. Materijal se sastoji od osam vježbi iz oblasti moderne fizike, od kojih većina ima mogućnost akvizicije podataka pomoću računara.

Iako je Viši fizikalni praktikum II u nastavi na Odsjeku za fiziku prisutan već dugi niz godina, studenti do sad nisu imali na raspolaganju priručnik za ovaj predmet. Za pripreme vježbi koristila se neregistrirana interna skripta s dijelovima teksta iz različitih udžbenika, praktikuma ili uputstava za upotrebu proizvođača, koju su tokom godina pisali bivši uposlenici: pokojni prof. dr. Dimitrije Čajkovski, pokojna prof. dr. Tamara Čajkovski, pokojni prof. dr. Stjepan Marić i pokojni viši asistent, magistar Saša Vrcelj. Obogaćivanju materijala doprinijeli su i bivši uposlenik Odsjeka za fiziku viši asistent, magistar Matej Lozančić i penzionisane prof. dr. Lamija Tanović i prof. dr. Suada Sulejmanović.

Nakon temeljite rekonstrukcije Odsjeka za fiziku u toku 2022. godine nabavljena je nova oprema za predmet Viši fizikalni praktikum II te se ukazala potreba da se prethodni materijal sistematizuje, preradi i strukturno i jezički ujednači. U ovaj materijal uključene su četiri potpuno nove vježbe, a stare vježbe su dopunjene, prerađene i obogaćene novim slikama i šemama. Ono što je bio naš primarni cilj je da studentima obezbijedimo koncizan materijal u elektronskoj formi koji će im omogućiti da se što kvalitetnije pripreme za izvođenje vježbi. Zbog vlastite sigurnosti i odgovornog pristupa korištenju opreme, za svaku vježbu se prije izvođenja eksperimenta potrebno dobro pripremiti.

Autori

Sadržaj

1	Hallov efekt u metalima	7
1.1	Teorijski uvod	7
1.2	Uređaj i metodika rada	9
1.3	Praktičan rad	14
2	Zeemanov efekt	19
2.1	Teorijski uvod	19
2.1.1	Kvantni brojevi	19
2.1.2	Spektroskopska notacija	21
2.1.3	Magnetni moment atoma	22
2.1.4	Normalni i anomalni Zeemanov efekt	23
2.1.5	Fabry-Perot interferometar	27
2.2	Uređaj i metodika rada	30
2.3	Praktičan rad	36
3	Spektroskopija nuklearne magnetne rezonancije	39
3.1	Teorijski uvod	39
3.1.1	Nuklearni model ljuski	40
3.1.2	Nuklearni Zeemanov efekt	42
3.2	Nuklearna magnetna rezonancija	43
3.3	NMR spektrometar	45
3.3.1	Princip rada NMR spektrometra i detekcija signala	48
3.4	Uređaj i metodika rada	49
3.5	Praktičan rad	52
4	Kvalitativna rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF) me- tala i minerala – Moseleyev zakon	55
4.1	Teorijski uvod	55
4.2	Uređaj i metodika rada	57
4.3	Praktičan rad	63
5	Magnetna susceptibilnost	65
5.1	Teorijski uvod	65
5.1.1	Magnetna svojstva tvari	65
5.1.2	Sile koje djeluju na tijelo u magnetnom polju	67
5.1.3	Gouyeva metoda za određivanje magnetne susceptibilnosti	68
5.2	Uređaj i metodika rada	70
5.3	Praktičan rad	72

6 Atomski spektri	75
6.1 Teorijski uvod	75
6.1.1 Atomski spektri	75
6.2 Uređaj i metodika rada	77
6.3 Praktičan rad	81
7 Laueova difrakcija	83
7.1 Teorijski uvod	83
7.2 Uređaj i metodika rada	86
7.2.1 Snimanje Laue-ovih dijagrama na fotografskom filmu . . .	86
7.2.2 Digitalno snimanje Laue-ovih dijagrama	89
7.3 Praktičan rad	94
8 Rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF)-određivanje debljine sloja	95
8.1 Teorijski uvod	95
8.2 Uređaj i metodika rada	96
8.3 Praktičan rad	102
Fizikalne konstante	105
Literatura	107

Vježba 1

Hallov efekt u metalima

Zadaci:

1. Izmjeriti Hallov koeficijent cinka pri konstantnoj struji ($I = 10 \text{ A}$) i promjenjivom magnetnom polju B od -250 mT do 250 mT , s korakom 50 mT .
2. Izmjeriti Hallov koeficijent cinka pri konstantnom magnetnom polju ($B = 250 \text{ mT}$) i promjenjivoj jačini struje I od -10 A do 10 A , s korakom 2 A .
3. Izmjeriti Hallov koeficijent bakra pri konstantnoj struji ($I = 10 \text{ A}$) i promjenjivoj magnetnoj indukciji B od -250 mT do 250 mT , s korakom 50 mT .
4. Izmjeriti Hallov koeficijent bakra pri konstantnom magnetnom polju ($B = 250 \text{ mT}$) i promjenjivoj jačini struje I od -10 A do 10 A , s korakom 2 A .
5. Provjeriti da li se Hallov napon mijenja u zavisnosti od temperature.

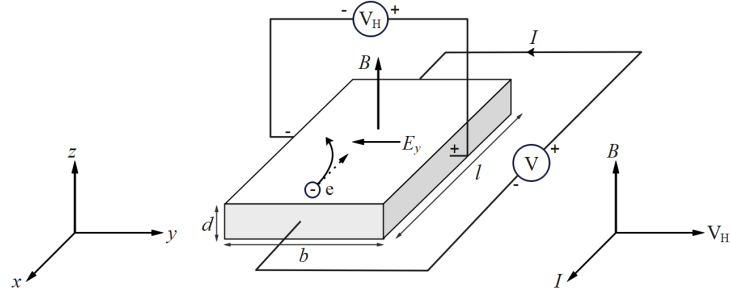
1.1 Teorijski uvod

Unutar atoma, zbog kvantno-mehaničkih ograničenja, elektroni imaju tačno određene diskretne energije. Prilikom formiranja kristala, dolazi do udruživanja ogromnog broja atoma pri čemu dolazi do cijepanja, razmještanja i grupisanja energetske nivoa. Skup svih energetski bliskih nivoa u kristalu, koji nastaje cijepanjem nivoa izolovanih atoma i njihovim grupisanjem u isto područje naziva se energetska vrpca ili zona. Susjedne vrpce su međusobno razdvojene područjima u kojima elektroni ne smiju boraviti pa se takva područja zovu zabranjene zone, energetski procjepi ili gapovi. Do formiranja zona dolazi zbog uticaja kristalnog potencijala na valente elektrone. S porastom energije, cijepanje energetskih nivoa postaje jače izraženo pa dozvoljene zone postaju šire. To je zato što su elektroni na višim energetskim nivoima slabije vezani za svoj matični atom i pod jačim su uticajem polja kristalne rešetke. Iz istog razloga zabranjene zone postaju uže s povećanjem energije. Za opisivanje vodljivosti u čvrstim tijelima najvažnije su valentna i vodljiva zona.

Ove dvije zone su najbliže Fermijevom nivou i stoga određuju električna svojstva tijela. Za električna svojstva čvrstih tijela od najveće je važnosti kako je popunjena valentna energetska vrpca. U metalima ona je samo djelimično

popunjena. Zbog toga je lako povisiti energetska stanje elektrona pomoću električnog polja što metale čini dobrim provodnicima.

Jedan od efekata koji je uspješno objašnjen zonskom teorijom čvrstih tijela je Hallov efekt. Otkrio ga je 1879. godine Edwin Herbert Hall (1855–1938) i on predstavlja pojavljivanje električnog polja $\vec{E}$, koje je okomito na smjer struje I koja protiče kroz uzorak, kada se primjeni magnetno polje indukcije $\vec{B}$ okomito na smjer električne struje I . Neka je dat metalni uzorak u obliku pločice kao na slici 1.1. Dimenzije uzorka su: dužina l , širina b i debljina d . Krajevi uzorka



Slika 1.1. Postavka za mjerenje Hallovog efekta u metalima.

su spojeni na izvor i kroz njega protiče struja jačine I u pravcu x -ose. Neka se elektroni kreću prosječnom brzinom $\vec{v}_e$. Magnetno polje je postavljeno duž z -ose koja je okomita na smjer struje I . Magnetna sila koja djeluje na elektrone je

$$\vec{F}_{mag} = -e\vec{v}_e \times \vec{B}, \quad (1.1)$$

gdje je e elementarni naboj. Ova sila zakreće elektrone prema bočnoj strani uzorka usljed čega se na drugoj strani akumulira pozitivni naboj i dolazi do stvaranja razlike potencijala između ove dvije strane, što rezultira uspostavljanjem dodatnog električnog polja duž y -ose, $E_y = E_H$. Ovo električno polje zove se Hallovo polje. Sila električnog polja koja djeluje na nosioce naboja je

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}_H. \quad (1.2)$$

U stanju ravnoteže vrijedi

$$\vec{F}_{mag} + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow ev_e B = eE_H \Rightarrow E_H = v_e B. \quad (1.3)$$

Prosječna brzina drifta elektrona može biti izražena preko struje I , uzimajući u obzir da je gustoća struje $\vec{J}$ data kao

$$\vec{J} = -en\vec{v}_e \quad (1.4)$$

i da je

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}, \quad (1.5)$$

gdje je n koncentracija elektrona u metalu. Ovdje je $S = bd$ poprečni presjek uzorka. Prema tome slijedi da je

$$I = JS = nev_e bd \Rightarrow v_e = \frac{I}{neb d}. \quad (1.6)$$

S druge strane, Hallovo polje E_H je povezano s Hallovim potencijalom V_H izrazom

$$V_H = E_H b. \quad (1.7)$$

Prema tome, Hallov potencijal je određen izrazom

$$V_H = v_e B b = \frac{IBb}{nebd} = \frac{IB}{ned}. \quad (1.8)$$

Ako definišemo Hallov koeficijent izrazom

$$R_H = \frac{1}{ne}, \quad (1.9)$$

tada je Hallov potencijal moguće napisati u obliku

$$V_H = R_H \frac{IB}{d}. \quad (1.10)$$

Iz predznaka Hallovog koeficijenta može se odrediti vrsta nosilaca naboja. Ako je predznak negativan to znači da su nosioci naboja elektroni, te se tada koristi termin "normalni Hallov efekat". U slučaju da je predznak pozitivan to znači da su nosioci naelektrisanja šupljine, te se tada koristi termin "anomalni Hallov efekat". Upravo je postojanje "pozitivnih" nosilaca naboja tj. šupljina uspješno objasnila zonska teorija čvrstih tijela jer dotadašnje teorije nisu predviđale postojanje drugih nosilaca naboja osim elektrona. Broj raspoloživih elektrona za provođenje električne struje jednak je broju elektrona koji se nalaze u najvišoj energetskej vrpici.

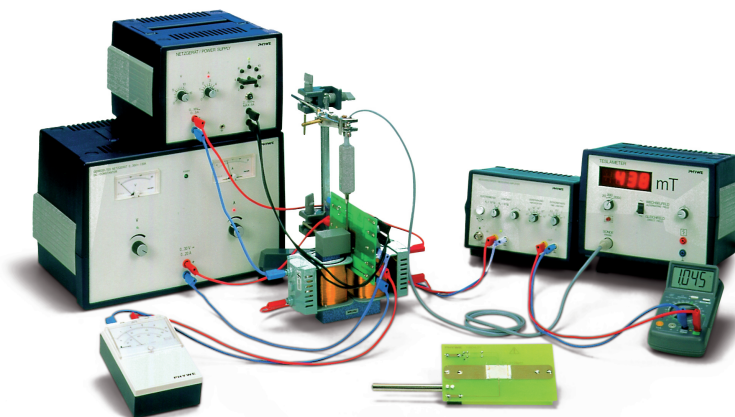
1.2 Uređaj i metodika rada

U ovoj vježbi potrebno je izmjeriti Hallov koeficijent za dva metala, bakar i cink. Na osnovu mjerenja moguće je odrediti koncentraciju i vrstu nosilaca naboja (elektroni ili šupljine). Osim toga, može se provjeriti da li Hallov koeficijent zavisi od temperature. Zavisnost od temperature se provjerava samo za uzorak bakra. Uzorak cinka se ne smije zagrijavati.

Eksperimentalna postavka je data na slici 1.2. Za izvođenje eksperimenta potrebno je sljedeće:

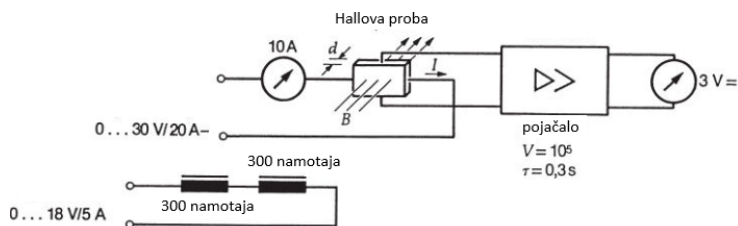
- ploče s uzorcima cinka (Zn) i bakra (Cu),
- digitalni teslametar,
- Hallova sonda koja se priključuje na teslametar,
- nosač za sondu teslametra,
- univerzalno pojačalo,
- univerzalni izvor napajanja DC: 0....18 V, 0...5 A/AC, 2/4/6/8/10/12/15 V, 5 A,
- istosmjerni izvor napajanja DC: 0....30 V, 0....20 A,

- analogni voltmetar sa temperaturnom skalom,
- digitalni multimeter,
- kalem, 300 namotaja,
- željezno jezgro U-oblika.



Slika 1.2. Postavka za mjerenje Hallovo efekta u metalima.

Pošto je Hallov efekt u metalima puno manji nego u poluprovodnicima, za mjerenje u metalima koristi se pojačalo koje signal pojačava 10^5 puta. Pojednostavljeni šematski prikaz eksperimenta prikazan je na slici 1.3.

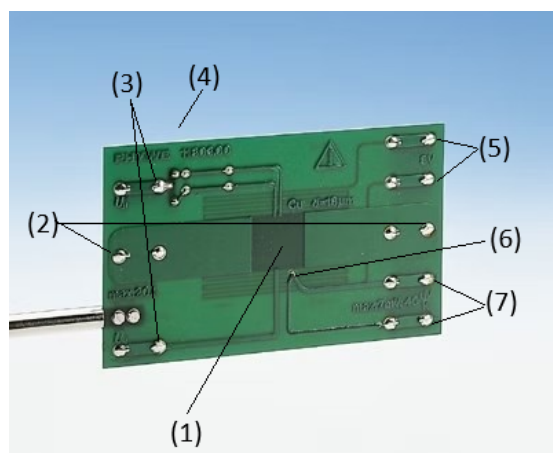


Slika 1.3. Pojednostavljena šema eksperimenta.

Za početak je potrebno prepoznati spojeve na pločama sa uzorcima za Hallov efekt. Na ploči sa Cu uzorkom koja je prikazana na slici 1.4, se nalaze sljedeći dijelovi:

- (1) tanki uzorak Cu na sredini ploče, površine $35 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ i debljine $d = 18 \mu\text{m}$,

- (2) konektori kroz koje teče Hallova struja (jedan kraj je označen sa "max 20 A"),
- (3) konektori s kojih se odvodi Hallov napon (označeni sa " U_H "),
- (4) regulator (kontrolni potencijometar), postavljen sa zadnje strane ploče koji omogućava kompenzaciju grešaka pri mjerenju Hallovog napona,
- (5) konektori označeni sa "8 V"; spojeni su na mrežu žica (vidjeti ploču sa zadnje strane) koje se griju kada se kroz njih propusti struja,
- (6) bakar-konstantan termopar,
- (7) konektori označeni sa " $40 \mu\text{V}/\text{K}$ " koji su spojeni na termopar (6).



Slika 1.4. Ploča sa Cu uzorkom.

Uzorak Zn je iste površine kao i uzorak Cu, ali mu je debljina nešto veća i iznosi $d = 25 \mu\text{m}$. Ploča sa Zn uzorkom nema konektore za termopar jer se ona ne smije zagrijavati.

Spajanje šeme eksperimenta se mora obavljati sa isključenim mjernim instrumentima i izvorima napajanja (prekidači sa zadnje strane uređaja moraju biti isključeni) na sljedeći način:

1. Spajanje izvora napajanja s elektromagnetom
 - Spojiti negativan i pozitivan pol izvora s elektromagnetom pazeći na smjer namotaja. Spojiti paralelno namotaje elektromagneta.
2. Spajanje ploče s uzorkom
 - Ploča se postavlja tako da je uzorak Cu ili Zn pažljivo smješten između polova elektromagneta.
 - Konektori " U_H " spajaju se na ulaz mjernog pojačala; zbog jako male vrijednosti napona ($\approx \mu\text{V}$) potrebno ga je pojačati kako bi se mogao mjeriti. Izlaz pojačala spaja se na digitalni multimeter odakle se očitava vrijednost Hallovog napona. **Pojačalo je potrebno uključiti**

15 minuta prije vršenja mjerenja kako bi se stabilizovalo. Na pojačalu postaviti:

- "low drift" $R = 10^4 \Omega$,
 - "amplification" 10^5 ,
 - "time constant" $t = 0,3 \text{ s}$.
- Konektori za Hallovu struju trebaju biti spojeni na izvor snage od 30 V, 20 A. Potrebno je uvjeriti se da je izvor isključen pa tek zatim priključiti provodnike na konektore.
 - Konektori označeni sa "8 V" za grijanje ploče spajaju se na desnu stranu izvora (AC- naizmjenična struja i napon). **Oni se koriste samo za izradu petog zadatka i nalaze se samo na ploči sa Cu uzorkom kako je ranije naglašeno, te ih u skldu s tim treba priključiti tek na kraju vježbe.** Konektori termopara označeni sa " $40 \mu\text{V/K}$ " trebaju tada biti spojeni na multimeter koji ima donju skalu u stepenima Celzijusa.

3. Postavljanje sonde teslametra

- Pažljivo fiksirati sondu teslametra na nosač ispred uzorka. Voditi računa o polazaju sonde u odnosu na elektromagnet, kako ne bi došlo do očitavanja s pogrešnim predznakom polja. Sonda je spojena na magnetometar koji treba biti postavljen na mjerno područje od 2000 i na "direct field".

Prije pokretanja eksperimenta potrebno je voditi računa o sljedećem:

1. Provjeriti da li su svi kablovi ispravno spojeni po proceduri opisanoj ranije.
2. Maksimalna struja kroz nosač je 15 A i ne smije se puštati dugo da teče kroz uzorak.
3. Napon se mjeri na području istosmjerne struje i na mjernom području od 20 V.
4. Uključiti izvore napajanja i voltmetar. Izvori napajanja moraju biti na nuli.
5. Podesiti nulu Hallove sonde i odrediti predznak polja. Ukloniti Hallovu sondu iz magnetnog polja. Ako ekran magnetometra ne pokazuje vrijednost 0 mT, podesiti nulu okretanjem regulatora iznad izlaza za napajanje. U slučaju da je potrebno finije podešavanje nule, to se vrši regulatorom iznad izlaza za sondu. Jedan od stalnih magneta kod kojeg je izlaz pozitivan se vadi i koristi za određivanje smjera magnetnog polja (silnice polja su pozitivne kad izlaze iz sjevernog pola magneta). Sonda se ponovno postavlja u aparaturu i pamti se smjer koji odgovara pozitivnom magnetnom polju.
6. Izvršiti "kompenzaciju" Hallovog napona. Izvan magnetnog polja ne očekuje se pojava Hallovog napona. U praksi je nemoguće proizvesti uzorak sa naponskim kontaktima koji su postavljeni savršeno u liniji, tačno jedan iznad drugoga. Kad kontakti za mjerenje Hallovog napona nisu poravnati

idealno, javlja se napon (kad kroz uzorak teče struja) čak i izvan magnetnog polja. Ovaj problem riješen je pomoću potencijometra (promjenjivog otpornika) za kompenzaciju. Prvi korak je podesiti taj potencijometar. Izvor struje koja stvara magnetno polje treba biti ugašen (vrijednost polja će još uvijek biti na oko 10 mT, ali to će biti dovoljno malo za potrebe podešavanja). Hallova struja treba biti na nuli. Okrećući regulator za podešavanje nule na izlaznom pojačalu treba namjestiti vrijednost izlaza u rasponu 1 – 2 V. Pri Hallovoj struji od 0 A očitava se izmjerena vrijednost napona. Zatim se Hallova struja pojačava na 10 A. Ako se novo očitavanje od staroga razlikuje za više od 0,03 V, potrebno je podesiti potencijometar koristeći mali odvijač. Postupak se ponovi nekoliko puta dok se izlazni signal ne bude razlikovao za najviše 0,03 V.

Mjerenje Hallovog napona u zavisnosti od magnetnog polja pri stalnoj vrijednosti Hallove struje

Hallova struja treba biti namještena na stalni iznos od 10 A. Nakon toga mijenja se magnetno polje i posmatra promjena Hallovog napona. Pošto u pojačalu dolazi do promjene vrijednosti izlaznog napona s vremenom, sva mjerenja moraju se uzeti kao razlike izmjerenih vrijednosti kada je polje "isključeno" (< 10 mT) i uključeno. Razlika ova dva napona je Hallov napon. Mjerenja treba uzeti na približnim vrijednostima polja od: 250 mT, 200 mT, 150 mT, 100 mT, 50 mT pa zatim promijeniti polarizaciju i uzeti mjerenja na -50 mT, -100 mT, -150 mT, -200 mT, -250 mT. Na osnovu konvencije o predznacima treba odrediti (koristeći mjerenja) kojeg su predznaka nosioci naboja.

Mjerenje Hallovog napona u zavisnosti od Hallove struje pri stalnoj vrijednosti magnetnog polja

Sad će magnetno polje imati stalnu vrijednost, a provjerit će se promjena Hallovog napona s promjenom Hallove struje. Prije nego što se to uradi ponovo treba provjeriti "kompenzaciju" spuštajući magnetno polje na "nulu" (< 10 mT) i provjeravajući je li izlazna vrijednost Hallovog napona približno ista za Hallovu struju od 0 A i 10 A. Zatim se magnetno polje podešava na vrijednost od 250 mT. Podaci se uzimaju za niz struja (10 A, 8 A, 6 A, 4 A, 2 A, -2 A, -4 A, -6 A, -8 A, -10 A) na stalnoj vrijednosti od 250 mT. Kod svakog mjerenja uzimaju se vrijednosti Hallovog napona na 250 mT i na "nuli" (< 10 mT), a zatim oduzimaju kako bi se dobila prava vrijednost Hallovog napona.

Mjerenje temperaturne zavisnosti Hallovog napona

Pri određenim vrijednostima magnetnog polja i jačine Hallove struje, Hallov napon se ne bi trebao mijenjati, ako Hallov koeficijent ima stalnu vrijednost. U tim uslovima Hallov koeficijent zavisi samo od gustoće nosilaca naboja. U ovom dijelu vježbe mijenjat će se temperatura pri stalnim vrijednostima magnetnog polja i Hallove struje te pratiti promjena Hallovog napona. Ako se Hallov napon ne bude mijenjao, to će značiti da je gustoća nosilaca naboja u metalu nezavisna od temperature. **Za ovaj dio vježbe potrebno je ukloniti Hallovu sondu kako se ne bi oštetila prilikom zagrijavanja uzorka.** Prije uklanjanja sonde određuje se vrijednost polja koja odgovara struji od 2 A

kroz elektromagnet. U ostatku vježbe, svaki put kada se kaže da je potrebno "uključiti polje", vrijednost struje kroz elektromagnet treba biti 2 A. Struju kroz Hallov uzorak treba podesiti na stalnu vrijednost od 10 A. Zatim se mjeri napon na uzorku kada je polje "uključeno" i "isključeno" i iz razlike određuje Hallov napon. To je vrijednost Hallovog napona na temperaturi okoline (stvarnu vrijednost temperature očitati sa skale na mjernom uređaju). Nakon toga je potrebno promijeniti temperaturu uzorka na tri različite vrijednosti. Na izvoru snage potrebno je spojiti rotirajući konektor na položaj 2 V. Pričeka se 2 – 3 minute, nakon čega bi se temperatura uzorka trebala stabilizovati na oko 44 °C. Kada bude izgledala stabilnom, uzimaju se mjerenja s uključenim i isključenim poljem. Primijetiti da se izlazna vrijednost Hallovog napona značajno promijenila; to se događa zbog pojave dodatnog, termoelektričnog efekta koji stvara napon čija je vrijednost uporediva s Hallovim naponom. Hallov napon se može izdvojiti uzimajući razliku mjerenja kada je polje uključeno i isključeno. Vjerovatno će biti potrebno uzeti više mjerenja i odrediti srednju vrijednost jer je napon jako osjetljiv na male temperaturne promjene. Zatim se uzimaju mjerenja na položajima 6 V (temperaturi oko 87 °C) i 8 V (temperaturi oko 136 °C). Konačno bi trebali imati mjerenja Hallovog napona na četiri različite temperature pri stalnom magnetnom polju i Hallovoj struji.

Važne napomene

Radi zaštite mjerne opreme koja se može trajno uništiti ukoliko se njome rukuje nepažljivo i radi pravilne obrade rezultata, treba voditi računa o sljedećem:

- Prije svakog mjerenja potrebno je izvršiti kompenzaciju kako je ranije opisano.
- Grijač se uključuje samo pri izradi 5. zadatka. Temperaturna zavisnost Hallovog napona se ispituje samo za Cu uzorak.
- Grijač ne bi smio biti priključen ni na jednom položaju duže od 4 minute. Kada se mjerenja završe treba prekinuti spoj na rotirajućem konektoru.
- Sonda teslametra se obavezno mora izvaditi dok je grijač upaljen.
- Pošto se vrijednosti napona pojačavaju 10^5 puta, prilikom obrade rezultata mjerenja dobivene vrijednosti Hallovog napona U_H treba podijeliti faktorom pojačanja.

1.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Izmjeriti Hallov koeficijent za cink pri konstantnoj struji ($I = 10$ A) i promjenjivom magnetnom polju B od -250 mT do 250 mT, s korakom 50 mT.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju, za svaku vrijednost B za uzorak Zn izmjeriti napon U_1 kad je polje isključeno ($B = 0$), a zatim napon U_2 kad je polje uključeno. Izračunati Hallov napon U_H kao razliku ove dvije vrijednosti. Popuniti tabelu 1.1. Podijeliti dobivenu vrijednost U_H (V) faktorom pojačanja 10^5 i upisati u posljednju kolonu (dobiće se vrijednost napona U_H u

μV). Nacrtati zavisnost U_H od B te iz nagiba pravca izračunati Hallov koeficijent R_H koristeći jednačinu (1.10). Odrediti predznak i tip nosilaca naboja za cink.

B (mT)	U_1 (V)	U_2 (V)	U_H (V)	U_H (μV)
-250				
-200				
-150				
-100				
-50				
50				
100				
150				
200				
250				

Tabela 1.1. Tabela za zadatak 1.

Zadatak 2. Izmjeriti Hallov koeficijent za cink pri konstantnom magnetnom polju ($B = 250 \text{ mT}$) i promjenjivoj jačini struje od -10 A do 10 A , s korakom 2 A .

Za svaku vrijednost struje I , prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju izmjeriti napon U_1 kad je polje isključeno, a zatim napon U_2 kad je polje uključeno. Izračunati Hallov napon U_H kao razliku ove dvije vrijednosti. Podijeliti faktorom pojačanja. Popuniti tabelu 1.2. Nacrtati zavisnost U_H od I te iz nagiba regresione prave kroisteći jednačinu (1.10) izračunati Hallov koeficijent R_H .

I (A)	U_1 (V)	U_2 (V)	U_H (V)	U_H (μV)
-10				
-8				
-6				
-4				
-2				
2				
4				
6				
8				
10				

Tabela 1.2. Tabela za zadatak 2.

Zadatak 3. Izmjeriti Hallov koeficijent za bakar pri konstantnoj struji ($I = 10 \text{ A}$) i promjenjivoj magnetnoj indukciji B od -250 mT do 250 mT , s korakom 50 mT .

Analogno 1. zadatku, nakon postavljanja ploče sa Cu uzorkom, izračunati Hallov napon U_H , popuniti tabelu 1.3, nacrtati zavisnost U_H od B te iz nagiba pravca izračunati Hallov koeficijent R_H za bakar koristeći jednačinu (1.10).

Odrediti predznak i tip nosilaca naboja u bakru.

B (mT)	U_1 (V)	U_2 (V)	U_H (V)	U_H (μ V)
-250				
-200				
-150				
-100				
-50				
50				
100				
150				
200				
250				

Tabela 1.3. Tabela za zadatak 3.

Zadatak 4. Izmjeriti Hallov koeficijent za bakar pri konstantnom magnetnom polju ($B = 250$ mT) i promjenjivoj jačini struje od -10 A do 10 A, s korakom 2 A.

Analogno 2. zadatku, odrediti Hallov napon U_H u zavisnosti od struje I , popuniti tabelu 1.4 i odrediti Hallov koeficijent R_H za bakar.

I (A)	U_1 (V)	U_2 (V)	U_H (V)	U_H (μ V)
-10				
-8				
-6				
-4				
-2				
2				
4				
6				
8				
10				

Tabela 1.4. Tabela za zadatak 4.

Zadatak 5. Provjeliti da li se Hallov napon mijenja u zavisnosti od temperature.

Postaviti ploču sa Cu uzorkom te prateći proceduru opisanu u prethodnom poglavlju, za zadate napone grijanja izmjeriti vrijednosti napona U_1 i U_2 kao u prethodnim zadacima. Izračunati U_H i zaključiti da li se mijenja s temperaturom.

U_{grijanja} (V)	T ($^{\circ}\text{C}$)	U_1 (V)	U_2 (V)	U_H (V)
2				
4				
6				
8				

Tabela 1.5. Tabela za zadatak 5.

Vježba 2

Zeemanov efekat

Zadaci:

1. Izvršiti kalibraciju elektromagneta pomoću teslametra.
2. Snimiti Bohrov magneton za normalni Zeemanov efekat.
3. Snimiti Bohrov magneton za anomalni Zeemanov efekat.
4. Diskutovati rezultate.

2.1 Teorijski uvod

Atom se može okarakterisati jedinstvenim skupom diskretnih energetske stanja. Diskretni spektar atoma se formira prelazima elektrona s viših na niže energetske nivoe, pri čemu dolazi do emisije fotona. Međutim, ako se atom stavi u vanjsko magnetno polje, energetski nivoi atoma se cijepaju (razlažu) na više blisko raspoređenih spektralnih linija.

Još 1862. godine Michael Faraday (1791–1867) je istraživao mijenja li se spektar obojenog plamena pod uticajem magnetnog polja, ali bez uspjeha. Tek 1885. godine Charles Fievez (1844–1890) iz Belgije uspio je demonstrirati ovaj efekat, ali on je zaboravljen sve dok ga jedanaest godina nakon toga nije ponovo otkrio Peter Zeeman (1865–1943). Efekat cijepanja spektralnih linija atoma unutar magnetnog polja Zeeman je otkrio postavljajući gasove koji emituju svjetlost u jako magnetno polje. Pojavu je objasnio Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) pa je njemu i Zeemanu dodijeljena Nobelova nagrada za fiziku 1902. godine. Razmatranje ovog efekta podrazumijeva poznavanje kvantnih brojeva elektrona i atoma, kao i njihovih magnetnih svojstava.

2.1.1 Kvantni brojevi

Stanje elektrona unutar atoma određeno je talasnom funkcijom koja se dobije rješavanjem odgovarajuće talasne jednačine. Talasna funkcija koja opisuje stanje elektrona zavisi od četiri kvantna broja: glavni n , orbitalni ℓ , magnetni m_ℓ i magnetni spinski m_s , koji imaju diskretne vrijednosti. Glavni kvantni broj n određuje energiju orbite i poprima cjelobrojne vrijednosti $n = 1, 2, 3, \dots$. Broju $n = 1$ odgovara K ljuska, broju $n = 2$ odgovara L ljuska itd.

Orbitalni kvantni broj ℓ povezan je s orbitalnim momentom elektrona $\vec{\ell}$, čiji je intenzitet

$$|\vec{\ell}| = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar, \quad (2.1)$$

gdje je $\hbar$ redukovana Planckova konstanta. Moguće vrijednosti orbitalnog kvantnog broja $\ell = 0, 1, \dots, (n-1)$ dodjeljuju se $s, p, d, \dots$ elektronima u podljuskama.

Moguće projekcije orbitalnog momenta elektrona duž nekog specificiranog smjera (npr. duž smjera vanjskog magnetnog polja) određene su magnetnim kvantnim brojem $m_\ell = -\ell, -\ell+1, \dots, \ell-1, \ell$. Projekcije orbitalnog momenta na z-osu su

$$\ell_z = m_\ell \hbar. \quad (2.2)$$

Iz kvantne mehanike je poznato da elektron ima svoj unutrašnji moment količine kretanja $\vec{s}$, poznat pod nazivom spin. Njegov intenzitet je

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad (2.3)$$

i određen je spinskim kvantnim brojem koji za elektron iznosi $s = \frac{1}{2}$.

Projekcije spina elektrona na z-osu (duž koje djeluje vanjsko magnetno polje) određene su magnetnim spinskim kvantnim brojem ($m_s = \pm \frac{1}{2}$) i iznose

$$s_z = m_s \hbar. \quad (2.4)$$

Za opisivanje interakcije između orbitalnih i spinskih momenta u atomima sa više elektrona, koriste se dvije metode: LS sprega (Russell-Sundersovo vezivanje) i jj sprega (spin-orbitalno vezivanje).

LS sprega se koristi za lakše atome. Neka atom sadrži n elektrona. Ukupni orbitalni moment atoma dobija se sabiranjem orbitalnih momenata svih n elektrona ($\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{l}_i$), a sabiranjem n spinskih momenata dobija se ukupni spinski moment atoma ($\vec{S} = \sum_{i=1}^n \vec{s}_i$).

Kod LS sprege, ukupni ugaoni moment atoma je

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad (2.5)$$

i određen je kvantnim brojem $J = |L - S|, |L - S|+1, \dots, L+S$, gdje je L ukupni orbitalni, a S ukupni spinski kvantni broj atoma. Z-komponente ukupnog orbitalnog i spinskog momenta količine kretanja označavaju se sa L_z i S_z respektivno, i poprimaju kvantizirane vrijednosti opisane odgovarajućim magnetnim kvantnim brojevima (m_L i m_S).

Intenzitet ukupnog ugaonog momenta atoma je onda

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar, \quad (2.6)$$

a njegova z-komponenta je

$$J_z = m_J \hbar, \quad (2.7)$$

gdje je $m_J = -J, -J+1, \dots, J$, što znači da mehanički moment atoma ima $(2J+1)$ različitih projekcija na primijenjeno magnetno polje.

Druga metoda, jj sprega, se više primjenjuje na teže atome gdje se prvo računa ukupni moment i -tog elektrona tako što se saberu njegov orbitalni i

spinski moment ($\vec{j}_i = \vec{\ell}_i + \vec{s}_i$), a zatim se saberu doprinosi svih n elektrona da se dobije ukupni mehanički moment atoma ($\vec{j} = \sum_{i=1}^n \vec{j}_i$).

Izbor LS ili jj sprege zavisi od jačine spin-orbitalne interakcije; sa povećanjem atomskog broja Z način vezivanja prelazi sa LS na jj.

2.1.2 Spektroskopska notacija

U spektroskopiji se za označavanje energetske nivoa atoma koristi pojam "spektroskopski term" (ili samo "term") koji potpuno opisuje elektronska stanja atoma i predviđa dozvoljene prelaze.

Prema konvenciji, za LS spredu simbol terma je

$$^{2S+1}L_J, \quad (2.8)$$

gdje je $2S + 1$ multiplicitet koji određuje broj mogućih spinskih stanja, L je orbitalni kvantni broj atoma, a J je ukupni kvantni broj atoma koji odgovara njegovom mehaničkom momentu $\vec{J}$. Vrijednosti $L = 0, 1, 2, 3, \dots$ označavaju se slovima: $S, P, D, F, \dots$, po analogiji sa oznakama s, p, d za jedan elektron.

Vrijednosti kvantnih brojeva L, S i J se računaju korištenjem Hundovih empirijskih pravila. Za datu elektronsku konfiguraciju atoma, Hundova pravila podrazumijevaju stanja s maksimalnim mogućim $\vec{L}$ i $\vec{S}$, a za nepopunjene podljuske vrijedi da je najpovoljnije stanje atoma kada je $J = |L - S|$ (za podljusku popunjenu elektronima do polovine) ili $J = L + S$ (za podljusku popunjenu elektronima više od polovine). Prilikom računanja ovih kvantnih brojeva, uzimaju se u obzir samo nepopunjene podljuske jer se doprinos elektrona iz popunjenih podljuski poništava.

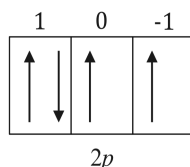
Da bi se ispravno napisao spektroskopski term potrebno je:

- Prvo napisati elektronsku konfiguraciju atoma.

Kao primjer može se uzeti atom kisika (O) koji sadrži osam elektrona koji su raspoređeni u sljedeću konfiguraciju: $1s^2 2s^2 2p^4$.

- Izračunati L i S tako što se identifikuje koja podljuska je nepopunjena.

U ovom primjeru nepopunjena je podljuska p kojoj odgovara kvantni broj $\ell = 1$. Za podljusku p postoje tri orbitale određene magnetnim kvantnim brojem $m_\ell = -1, 0, 1$. Četiri elektrona se raspoređuju u ove tri orbitale sljedeći Hundova pravila tako da spin i orbitalni moment budu maksimalni, kao što je prikazano na slici 2.1.



Slika 2.1. Konfiguracija nepopunjene podljuske kisika.

L se dobije sabiranjem magnetnih kvantnih brojeva m_ℓ svih elektrona, tj. $L = 2 \cdot (1) + 1 \cdot (0) + 1 \cdot (-1) = 1$. S se dobije sabiranjem magnetnih spinskih kvantnih brojeva m_s svih elektrona iz nepopunjene podljuske. Za dati primjer, tri elektrona imaju spin "gore" ($\frac{1}{2}$), a jedan elektron ima spin "dole" ($-\frac{1}{2}$) pa je $S = 3 \cdot (\frac{1}{2}) + 1 \cdot (-\frac{1}{2}) = 1$.

- Izračunati J u skladu sa Hundovim pravilima.

U ovom primjeru, podljuska je popunjena više od polovine pa je $J = L + S = 1 + 1 = 2$.

- Napisati oznaku za term.

U ovom primjeru $L = 1$ što prema konvenciji odgovara oznaci P , pa je term kisika

$$^3P_2. \quad (2.9)$$

Spin-orbitalna interakcija cijepa svaki energetski nivo u skladu sa vrijednošću J . Prema tome, multiplicitet je broj razdvojenih energetskih nivoa (broj vrijednosti J). Stanja sa $S = 1$ zovu se tripleti ili tripletna stanja jer je njihov multiplicitet $2S + 1 = 3$, a stanja sa $S = 0$ su singleti ili singletna stanja jer im je multiplicitet $2S + 1 = 1$.

Selekciona pravila diktiraju da li je prelaz elektrona s jednog na drugi energetski nivo u atomu dozvoljen ili zabranjen. Pravila se baziraju na promjeni kvantnih brojeva L , S i J . Za električne dipolne prelaze i LS spregu, prelazi su dozvoljeni ako su zadovoljeni uslovi: $\Delta S = 0$, $\Delta L = 0, \pm 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$ i $\Delta m_J = 0, \pm 1$. Linije koje odgovaraju prelazima sa $\Delta m_J = 0$ nazivaju se π -linije, a one sa $\Delta m_J = \pm 1$ σ -linije.

2.1.3 Magnetni moment atoma

Usljed orbitalnog kretanja, elektron ima orbitalni magnetni moment

$$\vec{\mu}_\ell = -g_\ell \frac{e}{2m_e} \vec{\ell}, \quad (2.10)$$

gdje je $g_\ell = 1$ žiromagnetni faktor, e naboj, a m_e masa elektrona. On poprima diskretne vrijednosti:

$$|\vec{\mu}_\ell| = -\frac{e}{2m_e} |\vec{\ell}| = -\frac{e}{2m_e} \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar = -\mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (2.11)$$

gdje je $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$, Bohrov magneton. Komponenta orbitalnog magnetnog momenta elektrona duž z-ose je

$$\mu_{\ell_z} = -\frac{e}{2m_e} \ell_z = -\frac{e}{2m_e} m_\ell \hbar = -\mu_B m_\ell. \quad (2.12)$$

Spin elektrona također doprinosi magnetnim svojstvima. Iz kvantne mehanike je poznato da je spinski magnetni moment elektrona

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_e} \vec{s}. \quad (2.13)$$

Ovdje je žiromagnetni faktor $g_s \approx 2$. Komponenta spinskog magnetnog momenta duž z-ose je

$$\mu_{s_z} = -\frac{e}{m_e} s_z = -\frac{e}{m_e} m_s \hbar = \pm \mu_B. \quad (2.14)$$

Ukupni magnetni moment višeelektronskog atoma je

$$\vec{\mu}_J = -g_J \frac{e}{2m_e} \vec{J}, \quad (2.15)$$

gdje je g_J numerički Landeov faktor koji određuje za koliko se originalni energetski nivo atoma rascijepio u prisustvu magnetnog polja. Landeov faktor jednak je

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (2.16)$$

Iznos magnetnog momenta atoma je

$$|\vec{\mu}_J| = -g_J \frac{e}{2m_e} |\vec{J}| = -g_J \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{J(J+1)}, \quad (2.17)$$

a njegova z-komponenta je

$$\mu_{J_z} = -g_J \frac{e}{2m_e} J_z = -g_J \frac{e\hbar}{2m_e} m_J = -g_J \mu_B m_J. \quad (2.18)$$

Postavljanjem atoma u magnetno polje $\vec{B}$ usmjereno duž z-ose, doći će do interakcije tog polja sa magnetnim momentom atoma. Usljed toga će se originalni energetski nivo rascijepiti na $2J+1$ podnivoa, a energija podnivoa će se u odnosu na početnu energiju promijeniti za iznos potencijalne energije interakcije duž z-ose:

$$V_{m_J} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = -\mu_{J_z} B = g_J \mu_B m_J B. \quad (2.19)$$

Općenito, energetska razlika između početnog (i) i krajnjeg (f) stanja određena je selekcionim pravilima i iznosi

$$\Delta V = V_{m_{J_i}} - V_{m_{J_f}} = (m_{J_i} g_i - m_{J_f} g_f) \mu_B B, \quad (2.20)$$

gdje su g_i i g_f Landeovi faktori početnog i krajnjeg stanja, respektivno. Energetska razlika između dva susjedna podnivoa originalnog stanja (za $\Delta m_J = 1$) je onda $\Delta V = g_J \mu_B B$.

2.1.4 Normalni i anomalni Zeemanov efekat

Zeemanov efekat može biti: normalni i anomalni. Najjednostavnije je dijeljenje jedne spektralne linije na tri linije koje se naziva *normalni Zeemanov efekat*. Ovo nastaje u atomima gdje su se spinovi svih elektrona poništili ($S = 0$) pa je $J = L$. Svaki L nivo se cijepa na $(2L+1)$ nivoa prema selekcionim pravilima ($\Delta m_J = \Delta m_L = 0, \pm 1$). Normalni Zeemanov efekat je uspješno objašnjen klasično jer se u ovom efektu ne uzima u obzir doprinos spina.

Anomalni Zeemanov efekat se javlja u atomima gdje se spinovi elektrona nisu poništili ($S \neq 0$) pa se originalna linija, suprotno očekivanjima, cijepa na

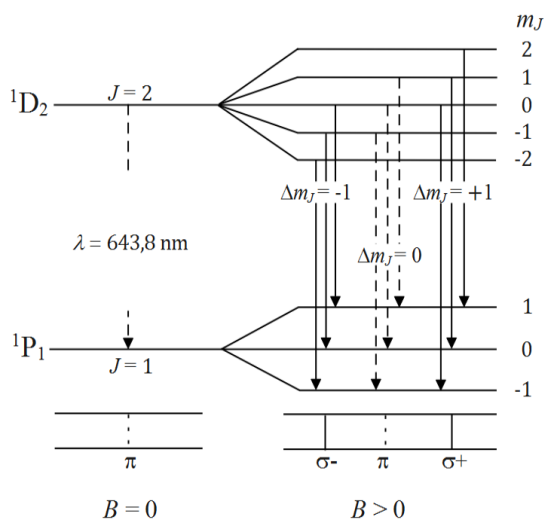
"neodgovarajući" broj linija. Ovo je dovelo do naziva "anomalni Zeemanov efekat" jer u doba kada je ovaj efekat opažen, još uvijek nije bio otkriven spin koji je neophodan za njegovo objašnjenje. Anomalni Zeemanov efekat se može objasniti jedino upotrebom kvantne mehanike. Iako je anomalni Zeemanov efekat opštiji slučaj od normalnog Zeemanovog efekta, njihovi nazivi su iz istorijskih razloga zadržani do danas.

Zeemanov efekat se proučava upotrebom kadmijeve spektralne lampe, Fabry-Perot interferometra i elektromagneta. Unaprijed se bira određeni dio spektra pomoću filtera u boji, tako da se opaža samo svjetlost jedne atomske linije. Bez polja magnetni podnivoi imaju istu energiju, a sa poljem se poništava degeneracija nivoa s različitim m_J i linija se cijepa.

Kadmij ima elektronsku konfiguraciju $(Kr)4d^{10}5s^2$, gdje je elektronska konfiguracija kriptona $(Kr) = 1s^22s^22p^63s^23p^63d^{10}4s^24p^6$. Ovo je slično vanjskoj elektronskoj strukturi helija, ali i žive.

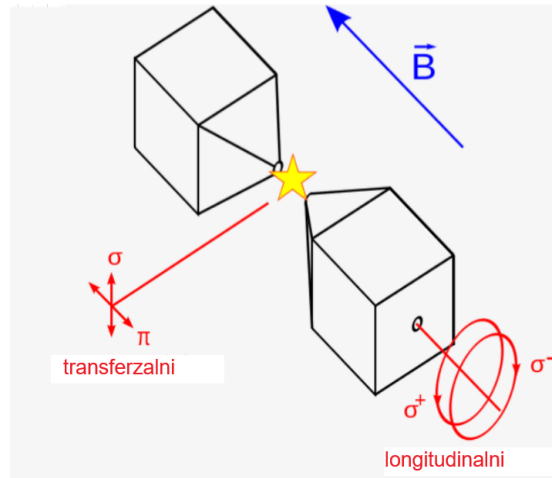
Normalni Zeemanov efekat

Za demonstraciju normalnog Zeemanovog efekta koristi se crvena spektralna linija kadmija talasne dužine 643,847 nm koja odgovara prelazu $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ elektrona iz pete ljuske. U odsustvu magnetnog polja ($B = 0$) postoji samo jedan mogući prelaz $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ prikazan na slici 2.2.



Slika 2.2. Normalni Zeemanov efekat sa Cd lampom.

Iz spektroskopskih oznaka ovog prelaza vidi se da je multiplicitet jednak jedan što znači da se prelaz dešava između singletnih stanja pa je $J = L$. U prisustvu magnetnog polja originalni energetski nivo se cijepa na $2L + 1$ komponenti. U početnom stanju je $L = 2$, $S = 0$ i $J = 2$, pa m_J može imati vrijednosti $m_J = -2, -1, 0, 1, 2$. U konačnom stanju je $L = 1$, $S = 0$ i $J = 1$, pa m_J može imati vrijednosti $m_J = -1, 0, 1$. Landeov faktor početnog (i) i krajnjeg (f) stanja je iz formule (2.16) $g_i = g_f = 1$. Energetska razlika između susjednih podstanja početnog stanja, ista je kao i energetska razlika



Slika 2.3. Longitudinalni i transferzalni Zeemanov efekat.

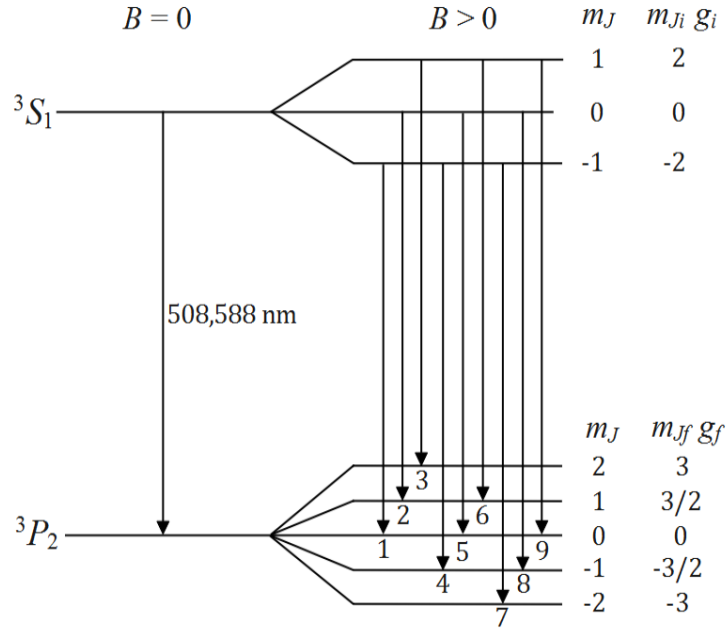
između susjednih podstanja krajnjeg stanja i iznosi $\Delta V = \mu_B B$, tj. za isto Δm_J energetski pomak za početno i konačno stanje je isti, tako da sva stanja sa istim Δm_J imaju istu energiju.

U slučaju normalnog Zeemanovog efekta, energetska razlika između početnog (m_{J_i}, g_i) i konačnog (m_{J_f}, g_f) stanja je data formulom (2.20), a vrijednosti $(m_{J_f} g_f - m_{J_i} g_i)$ su jednostavno jednake Δm_J . Prema selekcionim pravilima ($\Delta m_J = -1, 0, 1$) dozvoljeno je devet prelaza grupisanih u tri grupe linija, od kojih svaka grupa ima istu energiju tj. talasnu dužinu. U eksperimentalnoj konfiguraciji se normalni Zeemanov efekat može posmatrati okomito ili paralelno magnetnom polju (vidjeti sliku 2.3), pa odatle potiču nazivi transferzalni i longitudinalni Zeemanov efekat, respektivno. Longitudinalni Zeemanov efekat za prelaz $\Delta m_J = -1$ daje σ^- liniju desne kružne polarizacije, odnosno za prelaz $\Delta m_J = 1$ daje σ^+ liniju lijeve kružne polarizacije. Odgovarajuća π linija koja nastaje za prelaz $\Delta m_J = 0$ nije vidljiva u longitudinalnoj konfiguraciji budući da električni dipol osciluje duž osi vektora magnetnog polja i samim tim ne emituje nikakvo zračenje u tom pravcu. Posmatranjem u transferzalnoj konfiguraciji, vidljive su sve tri ekvidistantne linije sa razmakom u frekvenciji (talasnom broju) koji je proporcionalan jačini magnetnog polja. Ove tri linije su poznate pod nazivom Lorentzov triplet. Kao što je i očekivano, vidljiva je π linija nastala u prelazu $\Delta m_J = 0$, a pored nje vidljive su i σ linije nastale u prelazima $\Delta m_J = \pm 1$. Svjetlost koja se posmatra u transferzalnoj konfiguraciji je linearno polarizovana.

Anomalni Zeemanov efekat

Za demonstraciju anomalnog Zeemanovog efekta koristi se zelena linija kadmija talasne dužine 508,588 nm koja odgovara prelazu $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$. Energetski dijagram cijepanja linija dat je na slici 2.4.

Ovo je općenitiji slučaj od normalnog Zeemanovog efekta jer se spinovi elektrona ne poništavaju, a energija atomske stanja u magnetnom polju zavisi i od



Slika 2.4. Anomalni Zeemanov efekat.

magnetnog momenta orbitalnog kretanja elektrona i od spina elektrona.

Za prelaz $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$, u početnom stanju je $L = 0$, $S = 1$ i $J = 1$, a m_J može imati vrijednosti $m_J = -1, 0, 1$.

Landeov faktor je

$$g_i = 1 + \frac{1(1+1) + 1(1+1) - 0(0+1)}{2 \cdot 1(1+1)} = 2. \quad (2.21)$$

Energetska razlika između susjednih podstanja početnog stanja je onda

$$\Delta V = 2\mu_B B. \quad (2.22)$$

U konačnom stanju je $L = 1$, $S = 1$ i $J = 2$, a m_J može imati vrijednosti $m_J = -2, -1, 0, 1, 2$. Landeov faktor je:

$$g_f = 1 + \frac{2(2+1) + 1(1+1) - 1(1+1)}{2 \cdot 2(2+1)} = 3/2. \quad (2.23)$$

Energetska razlika između susjednih podstanja konačnog stanja je tada

$$\Delta V = \frac{3}{2}\mu_B B. \quad (2.24)$$

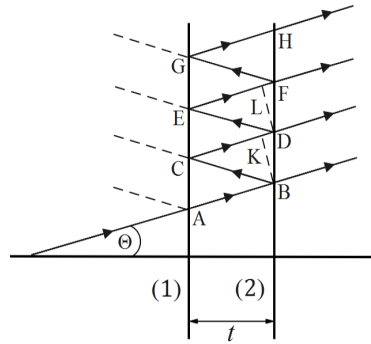
Energetska razlika pri prelazu između početnog (m_{Ji} i g_i) i konačnog (m_{Jf} i g_f) stanja dat je formulom (2.20), a selekciono pravilo je kao i ranije $\Delta m_J = 1, 0, -1$. Ovo odgovara pojavljivanju devet linija od čega je šest σ linija i tri π linije. Linije anomalnog Zeemanovog efekta se također mogu posmatrati u longitudinalnoj i u transferzalnoj konfiguraciji. Posmatranjem u longitudinalnoj

konfiguraciji, vidljive su σ linije koje su kružno polarizovane, od čega tri lijevo i tri desno, a π linije nisu vidljive. Posmatranjem u transferzalnoj konfiguraciji vidljivo je devet linija umjesto tri koje su se pojavljivale u normalnom Zeemanovom efektu. Svjetlost koja se posmatra u transferzalnoj konfiguraciji je linearno polarizovana. Linije za prelaz $\Delta m_J = 0$ su π linije, a linije za prelaz $\Delta m_J = \pm 1$ su σ linije. Posmatrajući σ^- linije transferzalnog Zeemanovog efekta, lako je vidjeti da se količina cijepanja povećava sa povećanjem jačine magnetnog polja.

2.1.5 Fabry-Perot interferometar

Fabry-Perot interferometar (etalon) je optički rezonator sa dvije paralelne reflektirajuće površine koji služi za kvantitativno mjerenje stepena cijepanja spektralnih linija. Ovo je instrument visoke rezolucije kojim se mogu razlučiti veoma bliske spektralne linije.

Neka su date dvije djelimično propusne površine (1) i (2) koje su razmaknute za rastojanje t , kao što je prikazano na slici 2.5.



Slika 2.5. Reflektovane i transmitovane zrake od površina (1) i (2) etalona, pri čemu je $t = 3 \text{ mm}$.

Upadna zraka koja zaklapa ugao θ u odnosu na normalu ploče bit će podijeljena na zrake AB, CD, EF, itd. Putna razlika između valnih fronti koje napuštaju interferometar u dvije susjedne tačke (npr. B i D) je

$$\delta = \mu(BC + CK), \quad (2.25)$$

gdje je BK definisana kao normala na CD , a μ je indeks loma ploča.

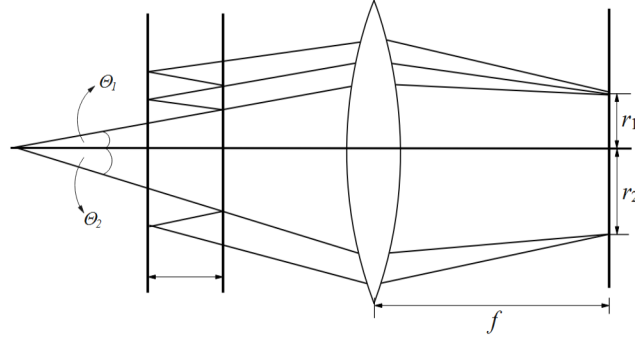
Pošto je $CK = BC \cos 2\theta$ i $BC \cos \theta = t$, dobija se

$$\begin{aligned} \delta &= \mu \cdot BCK = \mu BC(1 + \cos 2\theta), \\ \delta &= 2\mu BC \cos^2 \theta = 2\mu t \cos \theta, \end{aligned}$$

a za konstruktivnu interferenciju vrijedi

$$n\lambda = 2\mu t \cos \theta, \quad (2.26)$$

gdje je n cijeli broj tj. red interferencije, a λ talasna dužina svjetlosti. Jednačina (2.26) je osnovna jednačina interferometra. Dalje se paralelne transmitovane



Slika 2.6. Fokuseranje transmitovanih zraka iz Fabry-Perot etalona.

zrake $B, D, \dots$, fokusiraju pomoću leće žižne daljine f , kao što je prikazano na slici (2.6).

Za θ koje zadovoljava jednačinu (2.26), u fokusnoj ravni će se pojaviti svijetli prstenovi. Relacija koja povezuje ugao θ_n koji odgovara n -tom redu interferencionog prstena s poluprečnikom n -tog prstena r_n je

$$r_n = f \tan \theta_n \approx f \theta_n \quad (2.27)$$

za male vrijednosti θ_n (slučaj kad su zrake približno paralelne optičkoj osi). Iz jednačine (2.26) slijedi da za red interferencije n i ugao θ_n vrijedi

$$n = \frac{2\mu t}{\lambda} \cos \theta_n = n_0 \cos \theta_n = n_0 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta_n}{2} \right), \quad (2.28)$$

gdje je

$$n_0 = \frac{2\mu t}{\lambda}. \quad (2.29)$$

Za male uglove dobija se

$$n = n_0 \left(1 - \frac{\theta_n^2}{2} \right), \quad (2.30)$$

odnosno

$$\theta_n = \sqrt{\frac{2(n_0 - n)}{n_0}}. \quad (2.31)$$

Ukoliko θ_n odgovara svijetlom prstenu, n je cijeli broj. Međutim, prema jednačini (2.28), zbog ograničenja $|\cos \theta_n| \leq 1$, red interferencije n je maksimalan za $\theta_n = 0$ što odgovara interferenciji u centru i parametru n_0 koji u opštem slučaju ne mora biti cijeli broj. Pošto se interferencioni prstenovi broje od centra, kao poopštenje parametra n_0 koji je ranije uveden, red interferencije n se može pisati sa indeksom p što označava n -ti red interferencije sa p -tim interferencionim prstenom koji se broji od centra. Prvi interferencioni prsten reda n_1 , pojavljuje se prema jednačini (2.31) za ugao

$$\theta_{n_1} = \sqrt{\frac{2(n_0 - n_1)}{n_0}}. \quad (2.32)$$

gdje je n_1 je najbliži manji cijeli broj od n_0 . Pošto n_0 u opštem slučaju nije cijeli broj, vrijedi da je $n_0 - n_1 < 1$. Prema tome, parametar ε se može definisati kao

$$\varepsilon = n_0 - n_1, \quad (2.33)$$

gdje je $0 < \varepsilon < 1$.

Za sve interferencione prstenove sa $p \geq 2$, red n_p se smanjuje za jedan za svaki prsten, tako da red interferencije za p -ti interferencioni prsten koji se broji od centra slijedi opšte pravilo

$$n_p = (n_0 - \varepsilon) - (p - 1). \quad (2.34)$$

Za $p = 1$, jednačina (2.34) svodi se na jednačinu (2.33). Uvrštavanjem jednačina (2.31) (za $n = n_p$) i (2.34) u jednačinu (2.27), za poluprečnik p -tog prstena se dobija

$$r_p = \sqrt{\frac{2f^2}{n_0}} \cdot \sqrt{(p-1) + \varepsilon}. \quad (2.35)$$

Uočava se da je razlika između kvadrata poluprečnika susjednih prstenova konstantna

$$r_{p+1}^2 - r_p^2 = \frac{2f^2}{n_0} \quad (2.36)$$

te se ε može odrediti grafički crtanjem zavisnosti r_p^2 od p i ekstrapolacijom do $r_p^2 = 0$.

Ukoliko postoje dvije komponente jedne spektralne linije (nastale cijepanjem jedne centralne linije na dvije komponente) s talasnim dužinama λ_a i λ_b , koje su veoma blizu jedna drugoj, one će imati necjelobrojne redove interferencije u centru i odgovarajuće vrijednosti ε_a i ε_b :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{2\mu t}{\lambda_a} - n_{1,a} = 2\mu t k_a - n_{1,a}, \\ \varepsilon_b &= \frac{2\mu t}{\lambda_b} - n_{1,b} = 2\mu t k_b - n_{1,b}, \end{aligned}$$

gdje su k_a i k_b odgovarajući talasni brojevi, a $n_{1,a}$ i $n_{1,b}$ su redovi interferencije prvog prstena. (Primijetiti da se ovdje korsiti spektroskopska definicija talasnog broja $k = \frac{1}{\lambda}$).

Ukoliko se prstenovi ne preklapaju za cijeli red, tako da je $n_{1,a} = n_{1,b}$, razlika u talasnim brojevima između ove dvije komponente koje pripadaju istom redu interferencije je

$$\Delta k = k_a - k_b = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2\mu t}. \quad (2.37)$$

Koristeći jednačine (2.35) i (2.36) dobija se

$$\frac{r_{p+1}^2}{r_{p+1}^2 - r_p^2} - p = \varepsilon. \quad (2.38)$$

Primjena jednačine (2.38) na komponente a i b daje

$$\frac{r_{p+1,a}^2}{r_{p+1,a}^2 - r_{p,a}^2} - p = \varepsilon_a \quad \text{i} \quad \frac{r_{p+1,b}^2}{r_{p+1,b}^2 - r_{p,b}^2} - p = \varepsilon_b. \quad (2.39)$$

Uvrštavanjem ovih necjelobrojnih redova interferencije u jednačinu (2.37), dobija se razlika talasnih brojeva

$$\Delta k = \frac{1}{2\mu t} \left(\frac{r_{p+1,a}^2}{r_{p+1,a}^2 - r_{p,a}^2} - \frac{r_{p+1,b}^2}{r_{p+1,b}^2 - r_{p,b}^2} \right). \quad (2.40)$$

Iz jednačine (2.36) dobija se razlika kvadrata poluprečnika komponente a

$$\Delta_a^{p+1,p} = r_{p+1,a}^2 - r_{p,a}^2 = \frac{2f^2}{n_{0,a}}, \quad (2.41)$$

a ovo je jednako (unutar veoma malog intervala) istoj razlici za komponentu b

$$\Delta_b^{p+1,p} = r_{p+1,b}^2 - r_{p,b}^2 = \frac{2f^2}{n_{0,b}}. \quad (2.42)$$

Stoga se uzima da je $\Delta_a^{p+1,p} = \Delta_b^{p+1,p}$ za sve vrijednosti p . Slično tome, sve vrijednosti

$$\delta_{a,b}^p = r_{p+1,a}^2 - r_{p+1,b}^2 \quad (2.43)$$

moraju biti jednake, bez obzira na p (red interferencije), a njihova srednja vrijednost se može uzeti kao što se radi za različite Δ -vrijednosti. Sa δ (razlika kvadrata poluprečnika različitih linija istog reda interferencije) i Δ (razlika kvadrata poluprečnika različitih redova) kao srednjim vrijednostima, za razliku talasnih brojeva komponenti a i b dobija se

$$\Delta k = \frac{1}{2\mu t} \left(\frac{\delta}{\Delta} \right). \quad (2.44)$$

Jednačina (2.44) pokazuje da Δk ne zavisi od mjernih jedinica tj. dimenzija korištenih pri mjerenju poluprečnika prstenova.

2.2 Uređaj i metodika rada

Eksperimentalna postavka za ovu vježbu data je na slici 2.7.



Slika 2.7. Eksperimentalna postavka za Zeemanov efekat.

Za izradu eksperimenta je potrebno sljedeće:

- Febry-Perot interferometar,
- kadmijeva (Cd) lampa,
- elektromagnet,
- polovi magneta,
- rotirajući sto,
- Phywe jedinica za napajanje spektralne lampe, 230 VAC/50 Hz,
- Phywe varijabilni transformator DC:0,...20V, 12 A,
- elektrolitski kondenzator,
- OPTIKA USB digitalna kamera 1,3 Mp i držač za kameru,
- optička klupa,
- leće od $f + 50$ mm i $f+30$ mm idržači za leće,
- iris dijafragma,
- analizator,
- polarizacijski filter,
- digitalni multimetar 600 V AC/DC, 10 A AC/DC,
- Phywe Teslametar, 2000 mT,
- crveni i zeleni filter,
- softver "OPTIKA LITEVIEW".

U fokusu eksperimenta je spektroskopija pomoću Fabry-Perot interfereometra (etalona) koji se sastoji od kvarcne staklene ploče debljine 3 mm, obložene s obje strane djelimično reflektirajućim slojem (90 % refleksija, 10% transmisija). Indeks loma kvarca iznosi $\mu = 1,4519$ za svjetlost talasne dužine 509 nm, a $\mu = 1,4560$ za svjetlost talasne dužine 644 nm. Cijev interferometra ima utor u koji se može umetnuti odgovarajući filter u boji za selekciju određene linije. Kad se svjetlost kadmijeve lampe propusti kroz interferometar, uz pomoć optičkih elemenata formiraju se interferencijski prstenovi koji se cijepaju primjenom vanjskog magnetnog polja. Dobijena slika se posmatra uz pomoć kamere, a izbor posmatranja u transferzalnoj ili longitudinalnoj konfiguraciji može se postići rotiranjem elektromagneta.

Za povezivanje uređaja i izvođenje eksperimenta potrebno je pratiti sljedeću proceduru:

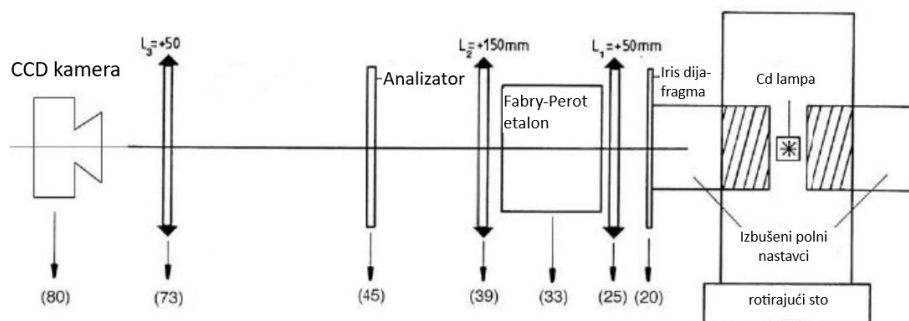
1. Elektromagnet se postavlja na rotirajući sto i montira između dva polna nastavka s rupama. Ova postavka osigurava dovoljan razmak od 9–11 mm za Cd lampu. Polni nastavci moraju biti dobro pričvršćeni tako da se kasnije ne mogu pomjerati kad se uspostavi magnetni fluks. Cd lampa se pažljivo postavlja u razmak između zavojnica bez dodirivanja polnih

nastavaka i povezuje na izvor napajanja za spektralnu lampu. Povezivanje elektromagneta prikazano je na slici 2.8. Namotaji elektromagneta su spojeni paralelno i preko ampermetra povezani na promjenljivi izvor napajanja do maksimalno 20 VDC, 12 A. Kondenzator od $22000\ \mu F$ je spojen paralelno na izlaz napajanja kako bi se izvršilo "izravnavanje" izlaznog napona.



Slika 2.8. Povezivanje elektromagneta.

2. Optička klupa za istraživanje cijepanja linija sastoji se elementa prikazanih na slici 2.9.



Slika 2.9. Optička klupa s pripadajućim elementima.

Približna pozicija pripadajućih elemenata navedena je u zagradama i izražena u cm:

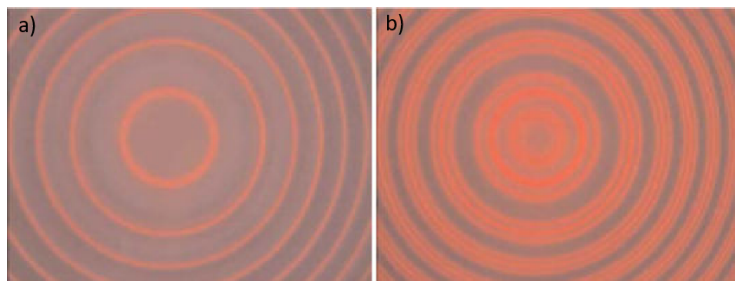
- (80) CDC-kamera,
- (73) leća $L_3 = +50\text{ mm}$,
- (45) analizator,
- (39) leća $L_2 = +300\text{ mm}$,
- (33) Fabry-Perot etalon,
- (25) leća $L_1 = +50\text{ mm}$,
- (20) iris dijafragma,

- (20) izbušeni polni nastavci,
 - Cd-spektralna lampa na rotirajućem stolu.
3. Prvo se vrši početno podešavanje pri čemu se ne koristi iris dijafragma, a zatim se kvalitativno posmatra transferzalni i longitudinalni normalni Zeemanov efekat. To se vrši na sljedeći način:
- Rotirajući sto s elektromagnetom, polnim nastavcima i već monitoranom Cd lampom sa crvenim filterom, podešava se tako da središte rupa u polnim nastavcima leži oko 28 cm iznad stola.
 - Optička klupa sa svim elementima (osim iris dijafragme i CCD-kamere) zatim se pomjera bliže elektromagnetu tako da jedna od izlaznih rupa polnih nastavaka poklapa sa prethodnom pozicijom iris dijafragme.
 - Leća L1 se zatim podešava tako da je izlazna rupa u njenoj fokalnoj ravni. Svi ostali optički elementi se potom prilagođavaju u skladu sa njihovom visinom.
 - Struja kroz namotaje se na neko vrijeme postavlja na 8 A (uočava se povećanje intenziteta svjetlosti Cd-lampe!) i posmatra se prstenasti interferencijski obrazac u aksijalnom smjeru kroz L3.
 - Dobivena interferencijska slika mora biti centrirana i oštra, što se konačno postiže posljednjim, blagim pomjeranjem etalona (udesno ili ulijevo) i pomjeranjem L2 (vertikalno i horizontalno).
 - Na kraju se CCD-kamera sa pričvršćenim objektivom od 8 mm montira na optičku klupu i podešava se horizontalno, vertikalno, u nagibu i fokusu, sve dok se ne pojavi jasna slika prstenastog obrasca na ekranu računara. Najbolji rezultati se postižu kad se eksperiment izvodi u zamračenoj prostoriji. Za upotrebu kamere, izvršena je instalacija "OPTIKA LITEVIEW" softvera koji omogućava slikanje kamerom te se koristi za analizu dimenzije prstenova.
 - Elektromagnet se sad okreće za 90° (tako da se postigne transferzalna konfiguracija) i montira se iris dijafragma. Zatim se analizator okreće sve dok π -linija (srednja linija) potpuno ne nestane, a dvije σ -linije postanu jasno vidljive. Drugim riječima, ukoliko se u transferzalnoj konfiguraciji eksperimenta ne koristi analizator, biće vidljive sve linije (tri za normalni Zeemanov efekat). Međutim, korištenjem analizatora i njegovim okretanjem horizontalno ili vertikalno, vidjeće se samo π linija (horizontalna polarizacija) ili σ linije (vertikalna polarizacija). Ovo je zbog toga što analizator propušta linearno polarizovanu svjetlost samo u jednom smjeru, dok druge smjerove prigušuje.
4. Za kasnije evaluacije potrebno je prethodno napraviti kalibracionu krivu magnetne indukcije u zavisnosti od struje kroz namotaje. To se može uraditi pomoću teslametra. Kalibracija se vrši u rasponu struja 0–14 A sa korakom od 0,5 A. Mjerenje magnetnog polja se vrši otprilike u sredini između polova magneta i u odsustvu Cd lampe.
5. Tokom posmatranja transferzalnog Zeemanovog efekta poluprečnici prstenova moraju se mjeriti pri različitim intenzitetima magnetnog polja. Pomoću jednačine (2.44) se zatim određuje odgovarajuća razlika u talasnim brojevima. Postupak se odvija u dva koraka:

- Prvo se snimaju slike prstenastih obrazaca pri različitim strujama (magnetnim poljima) kroz zavojnice.
 - Zatim se u drugom koraku mjere prečnici prstenova na tim slikama.
6. Da bi se dobila „živa“ slika s kamere u "OPTIKA LITEVIEW" softveru, nakon pokretanja softvera se bira kamera koja je priključena te se, nakon što je podešena željena slika, klikne na opciju "Snap". Željena slika se u softveru otvara uz pomoć opcije "Open". Prečnici prstenova se mjere pomoću opcije "Circle" kojom se mogu crtati krugovi te podešavati njihovi prečnici. Kad se nacrtani krug podesi tako da odgovara dimenziji kruga na slici, očitava se prečnik koji je izražen u broju piksela koji zauzimaju. Kako je naglašeno ranije, jednačina (2.44) pokazala je da izbor mjerne jedinice ne utiče na konačne rezultate iznosa talasnih brojeva pa se prečnici mogu izraziti u pikselima.

Mjerenje normalnog Zeemanovog efekta

Za normalni Zeemanov efekat u interferometar se postavlja crveni filter. Mjerenja se vrše bez polarizacijskog filtera u transferzalnoj konfiguraciji za struje pri kojima ne dolazi do preklapanja prstenova različitih redova interferencije. Primjer interferencijske slike za normalni Zeemanov efekat prikazan je na slici 2.10. Vidi se da se bez prisustva polja uočava po jedan prsten za svaki red interferencije, a sa uključenim poljem se vide po tri prstena za svaki red interferencije.



Slika 2.10. Normalni Zeemanov efekat a) bez struje kroz namotaje i b) za struju kalema od 5 A.

Dijametri svih vidljivih prstenova mogu se proračunati, tj. postoje tri prstena po redu interferencije, pri čemu srednji od njih ima nepromijenjenu talasnu dužinu. Za svaki prsten crta se i prilagođava krug u softveru za što je moguće više redova i koji su vidljivi na slici. Ovo će redom dati vrijednosti vanjskog, srednjeg i unutrašnjeg prstena tj. $r_{i,a}, r_{i,b}, r_{i,c}$, za i -ti red prstena. Za svaku snimljenu sliku (svaku struju) ponavlja se isti postupak. Za datu jačinu magnetnog polja B koja se na osnovu vrijednosti struje kroz kalemове određuje iz kalibracione krive, vrijednosti Δ i δ se izračunavaju iz jednačina (2.42) i (2.43). Iz jednačine (2.20) i slike 2.2 se vidi da će energetske razlike između susjednih spektralnih linija u normalnom Zeemanovom efektu biti jednake:

$$\Delta V = \mu_B B, \quad (2.45)$$

što odgovara razlici talasnih brojeva $\Delta V = hc\Delta k$, gdje je h Planckova konstanta, a c brzina svjetlosti. Korištenjem jednačine (2.44) dobija se

$$\mu_B B = \frac{hc}{2\mu t} \left(\frac{\delta}{\Delta} \right), \quad (2.46)$$

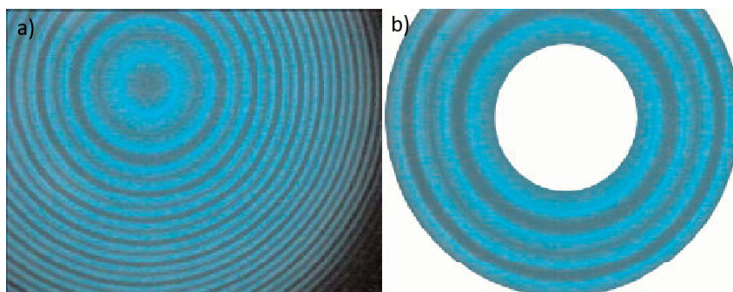
odakle se konačno dobija izraz za Bohrov magneton

$$\mu_B = \frac{hc}{2\mu t B} \left(\frac{\delta}{\Delta} \right). \quad (2.47)$$

Iz izmjerenih podataka se crtanjem zavisnosti $\frac{\delta}{\Delta}$ od B može iz regresione prave dobiti njen nagib, odakle se izračunava Bohrov magneton.

Mjerenje anomalnog Zeemanovog efekta

Za mjerenje anomalnog Zeemanovog efekta prvo se ukloni crveni, a postavi zeleni interferencijski filter. Ponovo se na isti način, u transferzalnoj konfiguraciji, snimaju interferencijske slike za različite vrijednosti struje kroz namotaje kalema. Međutim, u ovom slučaju se koristi polarizacijski filter koji omogućava bolje razdvajanje dobijenih prstenova, te se odvojeno razmatraju podaci s vertikalnim i horizontalnim položajem analizatora (vertikalna i horizontalna polarizacija). Anomalni Zeemanov efekat se može posmatrati i bez polarizacijskog filtera, ali prstenovi tada nisu dovoljno razdvojeni. Slika 2.11 prikazuje anomalni Zeemanov efekat koji je dobijen pri struji od 5 A bez polarizacijskog filtera.



Slika 2.11. Interferencijski uzorak a) bez polarizacijskog filtera i b) uvećani isječak prva dva potpuno vidljiva reda interferencije.

Kao što je teorijski predviđeno, kad je analizator u horizontalnom položaju očekuju se tri centralna prstena tj. π linije, a kad je u vertikalnom položaju očekuje se šest prstenova (tri vanjska i tri unutrašnja) tj. σ linije, za svaki red interferencije. Nakon dobijanja slike, mjere se prečnici prstenova na ranije opisan način. Za horizontalnu polarizaciju mjere se radijusi tri vidljiva unutrašnja prstena (sa istim oznakama kao i za normalni Zeemanov efekat, tj. $r_{i,a}, r_{i,b}, r_{i,c}$), a za vertikalnu polarizaciju mjere se dva unutrašnja, od ukupno šest prstenova po i -tom redu interferencije (s oznakama $r_{i,a}, r_{i,b}$), jer su oni najbolje vidljivi (ostali prstenovi nisu jasno razdvojeni).

Iz jednačine (2.20) i sa slike 2.4 se vidi da će energetske razlike između susjednih spektralnih linija biti različite za linije u horizontalnoj i vertikalnoj

polarizaciji. Energetska razlika za spektralne linije horizontalne polarizacije je

$$\Delta V = 2\mu_B B, \quad (2.48)$$

pa se koristeći isti postupak kao i kod normalnog Zeemanovog efekta dobija da je Bohrov magneton

$$\mu_B = \frac{hc}{4\pi t B} \left(\frac{\delta}{\Delta} \right). \quad (2.49)$$

Energetska razlika za spektralne linije u vertikalnoj polarizaciji je

$$\Delta V = \frac{1}{2} \mu_B B \quad (2.50)$$

te se za Bohrov magneton analognim postupkom dobija

$$\mu_B = \frac{hc}{\pi t B} \left(\frac{\delta}{\Delta} \right). \quad (2.51)$$

Na osnovu izmjerenih podataka, kao i kod normalnog Zeemanovog efekta, iz regresionih pravih se dobija vrijednost Bohrovog magnetona. Važno je napomenuti da se podaci za horizontalnu i vertikalnu polarizaciju obrađuju odvojeno.

Sigurnosna upozorenja

Radi vlastite sigurnosti, zaštite opreme i dobivanja pouzdanih rezultata, potrebno je povesti računa o nekoliko stvari tokom izvođenja eksperimenta. Paziti da se ne promijeni napon koji se primjenjuje na magnet tokom mjerenja, jer udaljenost cijepanja linije zavisi od magnetnog polja. **Ne uključivati ili isključivati napajanje magneta osim ako se njegov izlazni napon ne smanji na nulu.** U suprotnom, veliki napon izazvan induktivnošću magneta zbog nagle promjene struje može uništiti napojnu jedinicu.

2.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Izvršiti kalibraciju elektromagneta pomoću teslametra.

Koristeći proceduru koja je opisana u prethodnom potpoglavlju, izvršiti kalibraciju elektromagneta za različite vrijednosti struje I između 0 i 14 A s korakom 0,5 A. Popuniti tabelu 2.1 (dodati još redova) i zavisnost $B(I)$ prikazati grafički zajedno s fitovanom pravom (kalibracijskom krivom).

I (A)	B (mT)
0,5	
1	
1,5	
...	

Tabela 2.1. Tabela za zadatak 1.

Zadatak 2. Snimiti Bohrov magneton za normalni Zeemanov efekat.

Koristeći proceduru opisanu u prethodnom potpoglavlju, za različite vrijednosti struje I izmjeriti prečnike vanjskog, srednjeg i unutrašnjeg prstena za prvi i drugi red interferencije (radijuse dobiti djeljenjem dobivenih vrijednosti s dva) i popuniti tabelu 2.2. Odgovarajuće vrijednosti B očitati iz kalibracijske krive.

I (A)	B (T)	$r_{1,a}$	$r_{1,b}$	$r_{1,c}$	$r_{2,a}$	$r_{2,b}$	$r_{2,c}$	δ_1	δ_2	Δ	δ/Δ
...											

Tabela 2.2. Tabela za zadatak 2.

Korištenjem jednačina (2.42) i (2.43) izračunati δ (razlika kvadrata radijusa različitih linija istog reda interferencije) i Δ (razlika kvadrata radijusa različitih redova interferencije). Za prvi red interferencije, radi veće preciznosti δ_1 uzeti kao srednju vrijednost razlike kvadrata radijusa $r_{1,a}$ i $r_{1,b}$ i razlike kvadrata radijusa $r_{1,b}$ i $r_{1,c}$. Analogno uraditi i za δ_2 tj. za drugi red interferencije. Konačno, δ izračunati kao srednju vrijednost δ_1 i δ_2 . Δ izračunati kao srednju vrijednost razlike kvadrata radijusa $r_{2,a}$ i $r_{1,a}$ i razlike kvadrata $r_{2,c}$ i $r_{1,c}$. Nacrtati zavisnost $\frac{\delta}{\Delta}$ od B . Iz nagiba regresione prave naći vrijednost Bohrovog magnetona, koristeći jednačinu (2.47). Uporediti dobivenu vrijednost sa teorijskom vrijednošću i izračunati relativnu grešku.

Zadatak 3. Snimiti Bohrov magneton za anomalni Zeemanov efekat.

Prvo razmotriti horizontalnu polarizaciju prema proceduri iz prethodnog potpoglavlja. Pošto se i ovdje pojavljuju tri prstena po redu interferencije, postupak mjerenja, oznake mjernih veličina i proračun su isti kao u prethodnom zadatku. Ponoviti istu proceduru i popuniti tabelu 2.3.

I (A)	B (T)	$r_{1,a}$	$r_{1,b}$	$r_{1,c}$	$r_{2,a}$	$r_{2,b}$	$r_{2,c}$	δ_1	δ_2	Δ	δ/Δ
...											

Tabela 2.3. Tabela za zadatak 3 (horizontalna polarizacija).

Nacrtati zavisnost $\frac{\delta}{\Delta}$ od B , te iz nagiba regresione prave i jednačine (2.49) izračunati Bohrov radijus i uporediti ga sa teorijskom vrijednošću.

Zatim razmotriti vertikalnu polarizaciju koristeći proceduru iz prethodnog potpoglavlja. Za svaki red interferencije se vidi šest prstenova (tri vanjska i tri unutrašnja). Pošto u ovom slučaju prstenovi nisu najjasnije razdvojeni, za svaku "grupu" od tri prstena, izmjeriti prečnik unutrašnjeg prstena, jer je njegov položaj najjasniji. Popuniti tabelu 2.4. U tabeli je sa $r_{i,a}$ označen radijus unutrašnjeg prstena u "grupi" tri vanjska prstena, a sa $r_{i,b}$ radijus unutrašnjeg prstena u "grupi" tri unutrašnja prstena i -tog reda. Tražene veličine δ i Δ izračunati na isti način kao u prethodnom zadatku, te iz grafika zavisnosti $\frac{\delta}{\Delta}$ od

I (A)	B (T)	$r_{1,a}$	$r_{1,b}$	$r_{2,a}$	$r_{2,b}$	δ_1	δ_2	Δ	δ/Δ
...									

Tabela 2.4. Tabela za zadatak 3 (vertikalna polarizacija).

B izračunati Bohrov magneton koristeći jednačinu (2.51). Uporediti dobivenu vrijednost sa teorijskom vrijednošću.

Zadatak 4. Diskutovati rezultate.

Uporediti rezultate dobivene mjerenjem normalnog i anomalnog Zeemanovog efekta. Kakvo je njihovo slaganje s teorijskom vrijednošću tj. da li je relativna greška prihvatljivo mala? Kako bi se rezultati mjerenja anomalnog Zeemanovog efekta mogli poboljšati?

Vježba 3

Spektroskopija nuklearne magnetne rezonancije

Zadaci:

1. Pomoću teslametra izmjeriti indukciju statičkog polja B_0 ili je odrediti pomoću kalibracione krive.
2. Odrediti žiromagnetni faktor za proton koristeći vodu iz česme.
3. Odrediti žiromagnetni odnos za jezgru ^{19}F koristeći teflon.

3.1 Teorijski uvod

Spektroskopija predstavlja proučavanje materije primjenom različitih oblika zračenja. Tako se, na primjer, hemijski sastav uzorka može odrediti propuštanjem bijele svjetlosti kroz uzorak. Atomi od kojih se sastoji uzorak pri tome apsorbiraju one talasne dužine, tj. fotone koje inače i emituju. Ako se ovakav spektar analizira propuštanjem kroz prizmu ili optičku rešetku tada se može uočiti da u spektru nedostaju određene talasne dužine. Na osnovu apsorbovanih talasnih dužina određuje se hemijski sastav uzorka. Ovakav spektar se zove *apsorpcioni spektar*.

Pored optičke spektroskopije postoji i drugi niz spektroskopskih metoda koje koriste druge vrste zračenja kao što su ultraljubičasta spektroskopija, spektroskopija X-zračenjem, infracrvena spektroskopija, Ramanova spektroskopija, spektroskopija nuklearne magnetne rezonancije (NMR) itd. Sve ove eksperimentalne metode koriste se prije svega za karakterizaciju materijala.

U ovoj eksperimentalnoj vježbi predstavljeni su principi spektroskopije nuklearne magnetne rezonancije koja se zasniva na međudjelovanju vanjskog magnetnog polja s magnetnim dipolnim momentom nukleona. Dakle, ova tehnika između ostalog omogućava ispitivanje magnetne karakteristike jezgre atoma. Iako se početak NMR spektroskopije veže za eksperimente Isidora Rabija¹ iz 1930-ih, pravi početak razvoja i primjene ove tehnike počinje krajem 1945. godine

¹I. I. Rabi, J. R. Zacharias, S. Millman, and P. Kusch, *A New Method of Measuring Nuclear Magnetic Moment*, Phys. Rev. **53**, 318 (1938).

kada su Edward Purcell² i Felix Bloch³ nezavisno jedan od drugog ovu tehniku primijenili u fizici kondenzovane materije. Zahvaljujući tome, Purcell i Bloch su 1952. godine podijelili Nobelovu nagradu za fiziku.

Interesantno je spomenuti da je tehnika snimanja ljudskog tijela magnetnom rezonancijom⁴ koja se primjenjuje u medicinskoj dijagnostici zapravo tehnika koja se zasniva na NMR spektroskopiji. Međutim, zbog asocijacije termina *nuklearna* na nuklearnu bombu i jonizirajuće zračenje, u medicini se koristi termin "magnetna rezonancija" kako bi bio prihvatljiviji širem krugu ljudi.

3.1.1 Nuklearni model ljuski

Poznato je da nukleoni unutar jezgre slijede ista kvantna pravila kao i elektroni u elektronskom omotaču. Model koji opisuje raspored nukleona u jezgri naziva se *nuklearni model ljuski* kojeg su razvili Maria Göppert Mayer i Johannes Hans Daniel Jensen⁵. Model se zasniva na pretpostavci da se svaki nukleon kreće u usrednjenom potencijalu kojeg uzorkuju svi ostali nukleoni, a koji opisuje i Coulombovo i jako međudjelovanje. Obično se takav potencijal uzima u obliku Woods-Saxonovog potencijala

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{-\frac{r-R}{a}}}, \quad (3.1)$$

gdje su V_0 , R i a pozitivne konstante. Na osnovu kvantnih pravila za kretanje u centralnom potencijalu $V(r)$, kvantno stanje čestice opisuje se pomoću glavnog kvantnog broja n , orbitalnog kvantnog broja ℓ , magnetnog kvantnog broja m_ℓ i spinskog kvantnog broja m_s , odnosno s brojevima (n, ℓ, m_ℓ, m_s) . Svaki od ovih kvantnih brojeva povezan je sa nekom od konstanti kretanja – energijom, kvadratom momenta impulsa, z -komponentom momenta impulsa i z -komponentom spinskog momenta impulsa. Energija $E_{n\ell}$ u centralnom potencijalu zavisi od kvantnih brojeva n i ℓ .

U *modelu ljuski* pored centralnog potencijala postoji i dodatno međudjelovanje, a to je spin-orbitalno međudjelovanje koje se često naziva i LS spregom. Zbog ovog dodatnog međudjelovanja, kvantni brojevi koji su pogodni za opis kvantnog stanja nukleona su (n, ℓ, j, m_j) , gdje je j kvantni broj kvadrata ukupnog momenta impulsa koji se definiše kao $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, a m_j kvantni broj z -komponente ukupnog momenta impulsa J_z . Za svaku vrijednost $j = 0, 1, 2, \dots$ postoji $2j+1$ različitih vrijednosti za $m_j = -j, -j+1, \dots, 0, 1, \dots, j$. Dakle, ista pravila koja vrijede za orbitalni i spinski moment impulsa, vrijede i za ukupni moment impulsa.

Vrijednosti koje kvantni broj j može poprimiti su u opšem slučaju jednake $j = |\ell - s|, |\ell - s| + 1, \dots, \ell + s$. S obzirom da je $s = 1/2$, vrijedit će da za svaku kombinaciju kvantnih brojeva $(\ell, s = 1/2)$ postoje dvije moguće vrijednosti za kvantni broj j : $j = \ell - 1/2$ i $j = \ell + 1/2$. Može se pokazati da je energija usljed

²E. M. Purcell, H. C. Torrey, and R. V. Pound, *Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid*

³F. Bloch, W. W. Hansen, and Martin Packard, *Nuclear Induction*, Phys. Rev. **69**, 127 (1946).

⁴Eng. Magnetic Resonance Imaging - MRI.

⁵M. G. M i J. D. H. su 1963. godine podijelili Nobelovu nagradu iz fizike za razvoj ovog modela.

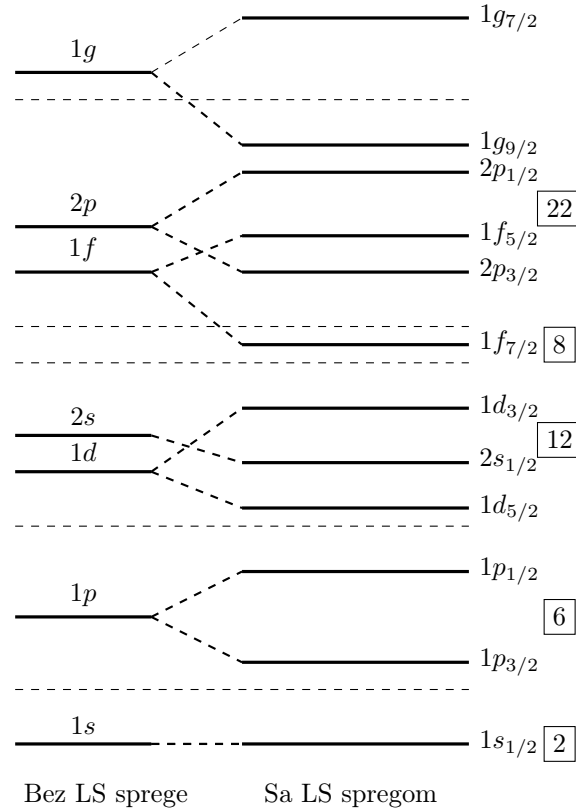
spin-orbitalnog međudjelovanja jednaka

$$E_{LS} = \kappa \begin{cases} -\ell/2 & j = \ell + 1/2 \\ (\ell + 1)/2 & j = \ell - 1/2. \end{cases}$$

gdje je κ konstanta. Prema tome, ukupna energija nukleona sa uključenom LS spregom iznosi

$$E = E_{n\ell} + E_{LS}. \quad (3.2)$$

Fizikalno, LS spreaga otklanja degeneraciju energetske nivoa, tj. energetske nivoa određene kvantnim brojevima n i ℓ cijepa na dodatne podnivoa kao što je prikazano na slici 3.1.



Slika 3.1. Raspodjela nukleonskih energetske nivoa u modelu ljuski za prvih pet ljuski. Usljed LS sprege dolazi do cijepanja energetske nivoa i otklona degeneracije. Označeni broj predstavlja maksimalni broj nukleona koliko data ljuska može primiti.

Prema ovom modelu, stanja se označavaju sa $n\ell_j$. Prvu ljusku čini stanje $1s_{1/2}$ i u nju mogu stati maksimalno dva nukleona sa kvantnim brojem $m_j = \pm 1/2$. Drugu ljusku čine kvantna stanja $1p_{1/2}$ i $1p_{3/2}$. U stanje $1p_{1/2}$ mogu stati maksimalno dva nukleona sa $m_j = \pm 1/2$. U stanje $1p_{3/2}$ mogu stati maksimalno četiri nukleona sa kvantnim brojevima $m_j = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$.

U drugu ljusku može stati maksimalno šest nukleona. Treću ljusku čine stanje $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ i $1d_{3/2}$. U stanje $1d_{5/2}$ može stati maksimalno 6 nukleona s kvantnim brojevima $m_j = -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2$. U stanje $2s_{1/2}$ može stati maksimalno dva nukleona s kvantnim brojevima $m_j = \pm 1/2$, dok u stanje $1d_{3/2}$ može stati maksimalno četiri nukleona s kvantnim brojevima $m_j = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. Prema tome, u treću ljusku može stati maksimalno 12 nukleona. Četvrtu ljusku čini stanje $1f_{7/2}$ i ona može primiti maksimalno osam nukleona. Petu ljusku čine stanja $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$ i $2p_{1/2}$ i $1g_{9/2}$ i ova ljuska može primiti maksimalno 22 nukleona.

3.1.2 Nuklearni Zeemanov efekat

U vježbi 2 razmatran je Zeemanov efekat za elektrone koji se nalaze u elektronskom omotaču i pokazano je da je njegova osnovna karakteristika cijepanje energetskih nivoa koje zauzimaju elektroni na veći broj energetskih podnivoa, što se javlja kao rezultat interakcije magnetnih dipolnih momenata elektrona s vanjskim magnetnim poljem. Međutim, ovo cijepanje energetskih nivoa pod djelovanjem magnetnog polja nije svojstveno samo elektronima, nego i nukleonima, odnosno protonima i neutronima koji posjeduju magnetni dipolni moment. Nukleoni su kvantne čestice za koja vrijede ista pravila kao i za elektrone. Masa nukleona je oko 1800 puta veća od mase elektrona, pa je i Zeemanov efekat kod nukleona daleko manje izraženiji nego kod elektrona [vidjeti izraz (2.10)].

S druge strane, detekcija Zeemanovog efekta atomske jezgre zavisi i od broja protona i neutrona u samoj jezgri⁶. Nuklearni Zeemanov efekat zavisi od kvantnog stanja u kojem se nalazi nespareni nukleon, bez obzira da li je u pitanju nespareni proton ili neutron. Spareni nukleoni ne doprinose ukupnom momentu impulsa jezgre. Uobičajeno je da se za vrijednost j za dati nespareni nukleon koristi termin *spin jezgre* i da se označava sa I .

U nastavku je data analiza nuklearnog spina nekoliko jezgri koje imaju neparan broj nukleona kao što su jezgre ^1_1H , $^{11}_5\text{B}$, $^{13}_6\text{C}$, $^{17}_8\text{O}$ i $^{17}_9\text{F}$. Jezgra vodika ^1_1H ima jedan protom u stanju $1s_{1/2}$, tako da je ukupni spin jednak $I = 1/2$. Jezgra bora $^{11}_5\text{B}$ ima pet protona i šest neutrona. Svi neutroni su spareni, pa ne doprinose ukupnom momentu impulsa, ali jedan proton koji se nalazi u stanju $1p_{3/2}$ je nesparen. Spin jezgre je $I = 3/2$. Jezgra ugljika $^{13}_6\text{C}$ ima šest protona i sedam neutrona. Svi protoni su spareni, dok je samo jedan neutron nesparen i nalazi se u stanju $1p_{1/2}$, pa je spin jezgre $I = 1/2$. Jezgra kisika $^{17}_8\text{O}$ ima osam protona koji su spareni i devet neutrona. Samo je jedan neutron nesparen i nalazi se u stanju $1d_{5/2}$, pa je spin jezgre $I = 5/2$. Jezgra fluora $^{17}_9\text{F}$ ima devet protona i osam neutrona. Jedan proton je nesparen i nalazi se u stanju $1d_{5/2}$. Spin jezgre je $I = 5/2$.

Jezgre koje imaju paran broj protona i paran broj neutrona imaju sve nukleone sparene pa je ukupan spin jednak nuli. Ako je neparan broj protona i neparan broj neutrona, tada je po jedan proton i jedan neutron koji su nespareni. U tom slučaju mora se izvršiti sumiranje momenata impulsa protona i neutrona, odnosno vrijedit će $\vec{J} = \vec{J}_p + \vec{J}_n$. Kvantni broj j u tom slučaju prima vrijednosti

$$j = |j_p - j_n|, |j_p - j_n| + 1, \dots, j_p + j_n. \quad (3.3)$$

⁶Za detalje pogledati Robert S. Macomber, *A Complete Introduction to Modern NMR Spectroscopy*, Wiley-Interscience (1998).

Kao primjer može se uzeti jezgra azota $^{14}_7\text{N}$ koja ima po jedan nesparen proton i neutron u stanju $1p_{1/2}$, odnosno vrijedi da je $j_p = j_n = 1/2$. Vrijednost kvantnog broja j u tom slučaju može biti $j = 0$ ili $j = 1$. Eksperimentalno je utvrđeno da je njegova vrijednost $j_{\text{exp}} = 1$. Jezgra $^{42}_{19}\text{K}$ prema modelu bi trebala imati po jedan nesparen proton u stanju $1d_{3/2}$ i jedan nesparen neutron u stanju $1f_{7/2}$. Kvantni broj j bi trebao uzmati vrijednosti $j = 2, 3, 4$ ili $j = 5$. Eksperimenti pokazuju da je njegova vrijednost $j_{\text{exp}} = 2$.

Kao i svaki fizikalni model, nuklearni model ljuski ima svoja ograničenja. Naime, može se primijetiti na jezgre koje imaju sferičan geometrijski oblik i bilo kakvo odstupanje od ovoga, uzrokuje otklon od predviđanja modela. Tako naprimjer, jezgra fluora $^{19}_9\text{F}$ trebala bi imati spin $I = 5/2$, dok eksperimenti pokazuju da je njegova vrijednost $I = 1/2$. Takve jezgre pored dipolnog magnetnog momenta imaju doprinos koji dolazi od kvadripolnog magnetnog momenta.

3.2 Nuklearna magnetna rezonancija

U ovoj eksperimentalnoj vježbi izučavat će se protonska magnetna rezonancija, odnosno jezgre koje imaju jedan nesparen proton. Spinski magnetni dipolni moment protona je dat izrazom

$$\vec{\mu} = g_N \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{I}, \quad |\vec{I}| = \hbar \sqrt{I(I+1)}, \quad (3.4)$$

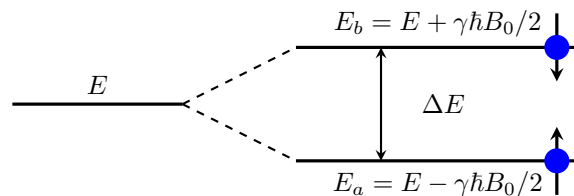
$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,05078324 \cdot 10^{-27} \frac{\text{J}}{\text{T}}, \quad (3.5)$$

a z -komponenta magnetnog momenta je

$$\mu_z = g_N \mu_N m_I, \quad m_I = -I, -I+1, \dots, I. \quad (3.6)$$

Veličina g_N zove se žiromagnetni faktor nukleona koji iznosi $g_p = 5,5856912$ za proton i $g_n = -3,8260837$ za neutron, dok je μ_N tzv. nuklearni magneton.

Neka jezgra ima jedan nesparen proton u $1s_{1/2}$ stanju. Spin takve jezgre je $I = 1/2$. Ako je energija protona prije uključivanja magnetnog polja bila E , tada će usljed djelovanja magnetnog polja B_0 doći do cijepanja datog energetskog nivoa na dva podnivoa sa energijama $E \pm \gamma \hbar B_0/2$, gdje je $\gamma = g_p e / (2m_p)$ tzv. žiromagnetni odnos. Stanje s antiparalelnim spinom ima veću energiju od stanja s paralelnim spinom jer je proton pozitivno nabijena čestica za razliku od elektrona. Cijepanje energetskih nivoa usljed djelovanja magnetnog polja je prikazano na slici 3.2.



Slika 3.2. Zeemanov efekat za proton u $1s_{1/2}$ stanju.

Spektroskopija protonske magnetne rezonancije radi na principu detekcije kvantnih prelaza jezgri iz stanja s nižom $E_a = E - \gamma \hbar B_0/2$ u stanje s višom

energijom $E_b = E + \gamma\hbar B_0/2$. Kvantni prelaz iz stanja niže energije u stanje više energije može se postići apsorpcijom fotona odgovarajuće kružne frekvencije ω koja odgovara razlici energija između data dva energetska nivoa. Prema tome, kvantni prelaz je moguć samo ako je frekvencija fotona jednaka *rezonantnoj frekvenciji* koja je data izrazom

$$\omega_0 = \frac{E_b - E_a}{\hbar} = \gamma B_0. \quad (3.7)$$

Statičko magnetno polje prvo cijepa energetske nivoe, a potom apsorpcijom fotona iz radiofrekventnog (RF) polja dolazi do prelaza iz stanja niže u stanje više energije. Magnetna indukcija RF polja B_1 je znatno manja od indukcije statičkog polja B_0 . Kao posljedica apsorpcije, energija radiofrekventnog polja se smanjuje tako da se svako smanjenje snage RF signala detektuje, što u suštini predstavlja detekciju NMR signala.

Polazi se od dinamike spina čestice u homogenom statičkom polju magnetne indukcije $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$. Spinski moment čestice rotira pod fiksnim uglom u odnosu na smjer djelovanja magnetnog polja. To znači da se u homogenom magnetnom polju z -komponenta spinskog momenta impusla ne može mijenjati, tj. prelaziti između dvije moguće orijentacije, paralelni spin i antiparalelni spin. Da bi se desio prelaz mora postojati dodatno magnetno polje koje je okomito na statičko polje i to promjenljivog intenziteta. To dodatno magnetno polje je RF polje koje nastaje u zavojnici NMR spektrometra.

Kvantnomehanička analiza pokazuje da je vjerovatnoća apsorpcije energije iz RF polja jednaka vjerovatnoći da jezgra preda energiju RF polju pri prelazu iz stanja sa višom energijom u stanje sa nižom energijom. Ovo znači da se istovremeno odvija i apsorpcija energije iz RF polja kao i predaja energije RF polju. Da bi se mogao detektovati NMR signal, ukupni efekat mora biti apsorpcija, tj. mora postojati veći broj jezgri s nižom energijom nego s višom energijom.

Broj jezgri u osnovnom stanju bez prisustva vanjskih polja je daleko veći nego broj jezgri u višim pobuđenim stanjima. Ako se uključi statičko polje $\vec{B}_0$ dolazi do nove preraspodjele jezgri u skladu s Boltzmannovom raspodjelom. Odnos broja jezgri u stanju s energijom E_a i broja jezgri u stanju s energijom E_b je dat sa⁷

$$\frac{N_a}{N_b} = \exp\left(\frac{E_b - E_a}{kT}\right) \approx 1 + \frac{g_p \mu_N B_0}{kT}. \quad (3.8)$$

Kao primjer može se uzeti jezgra atoma vodika ^1H na sobnoj temperaturi $T = 300 \text{ K}$ u prisustvu statičkog polja indukcije $B_0 = 10^{-3} \text{ T}$:

$$\frac{N_a}{N_b} \approx 1 + 7 \cdot 10^{-10}. \quad (3.9)$$

Na svakih 10 milijardi jezgri u stanju s energijom E_b postoji 10 milijardi i 7 jezgri u stanju s energijom E_a . Dakle, u normalnim uslovima je veći broj jezgri u stanju s nižom energijom. U tom slučaju ukupni efekat jeste apsorpcija RF zračenja.

Apsorpcijom RF zračenja jezgre s nižom energijom prelaze u stanja s višom energijom. Budući da je vjerovatnoća prelaza iz stanja $a \rightarrow b$ jednaka vjerovatnoći prelaza $b \rightarrow a$, nakon određenog vremena doći će do izjednačenja broja

⁷Ova aproksimacija vrijedi za standardne magnete čija indukcije ne prelazi 1 T i na sobnim temperaturama.

jezgri s energijom E_a i jezgri s energijom E_b . U tom trenutku kaže se da je došlo do *zasićenja* i detekcija NMR signala nije više moguća.

U realnim eksperimentima s nuklearnom magnetnom rezonancijom uzorak se postavlja u materijalnu sredinu tako da dolazi do međudjelovanja uzorka s okolnim atomima. Postoje dvije vrste međudjelovanja: spin-rešetka međudjelovanje i spin-spin međudjelovanje. Spin-rešetka međudjelovanje odnosi se na međudjelovanje jezgre s rešetkom čvrstog ili tečnog tijela koje se ispituje pomoću NMR-a. Ovim putem jezgre prenose energiju na rešetku. U spin-spin međudjelovanju, spin jezgre međudjeluje sa spinom susjednih jezgri, ali u ovom međudjelovanju ukupna energija spinskog sistema ostaje nepromijenjena. Za NMR, spin-rešetka međudjelovanje igra ključnu ulogu jer ovo međudjelovanje omogućuje detekciju NMR signala kada se primijeni RF polje rezonantne frekvencije. Ovo se može razumjeti na sljedeći način. RF polje nastoji izjednačiti broj jezgri s energijama E_a i E_b tako da nakon određenog vremena detekcija NMR signala nije moguća jer ukupni efekat nije apsorpcija. S druge strane, spin-rešetka međudjelovanje nastoji da uspostavi Boltzmannovu raspodjelu koja je bila prije uključivanja RF polja, tj. da uspostavi stanje u kojem je ponovo moguća apsorpcija fotona. Brzina uspostave Boltzmannove raspodjele je karakterizirana vremenom T_1 koje se zove *vrijeme relaksacije spin-rešetka međudjelovanja*. Da bi se ostvario uspješan eksperiment NMR-a mora se voditi računa da brzina apsorpcije fotona RF polja ne smije biti veća od brzine spin-rešetka relaksacije. Ovo se postiže upotrebom statičkog polja što većeg intenziteta i ograničavanjem energije RF polja. Međutim, energija RF polja ne smije biti tako mala da detektor ne može registrovati promjene u energiji RF polja pri apsorpciji.

Kao posljedica spin-spin međudjelovanja susjednih jezgri dolazi do širenja NMR spektra. Ovo širenje se odnosi na činjenicu da se u NMR spektru neće detektovati oštar maksimum nego maksimum koji ima određenu širinu. Precesija spinskog momenta dviju čestice čije se frekvencije razlikuju za neko $\Delta\nu$ i čiji su spinski momenti u fazi biva narušena za vrijeme koje se naziva *vrijeme relaksacije spin-spin međudjelovanja* i jednako je $T_2 \approx 1/\Delta\nu$.

Širina maksimuma ne zavisi samo od spin-spin međudjelovanja nego i od termičkog kretanja jezgri, Dopplerovog efekta i dr.

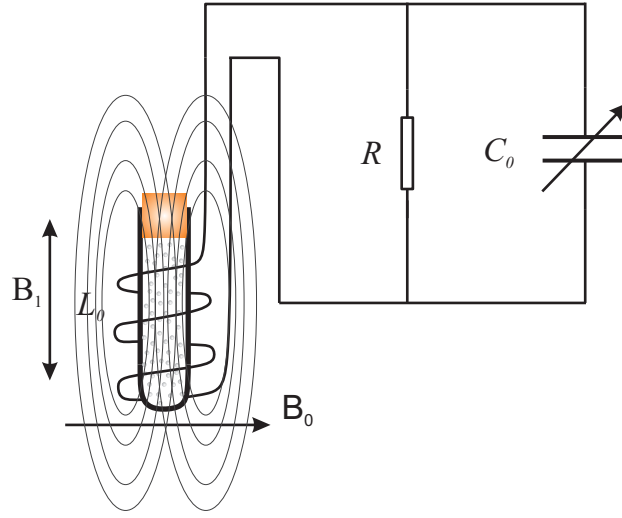
3.3 NMR spektrometar

Osnovni dio NMR spektrometra je RF zavojnica induktivnosti L_0 koja je paralelno spojena s promjenljivim kondenzatorom kapaciteta C_0 . Ovo LC kolo predstavlja srž RF oscilatora čija kružna frekvencija ω_0 je određena izrazom

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}. \quad (3.10)$$

LC kolo se napaja konstantnom električnom energijom tako da su RF oscilacije stabilne, tj. amplituda RF talasa je konstantna. U trenutku kada se javi apsorpcija RF polja, dolazi do naglog opadanja amplitude. Ovo naglo smanjenje amplitude je ustvari traženi NMR signal. Treba naglasiti da je opadanje amplitude veoma slabo i da bi se ovaj signal mogao uočiti na osciloskopu neophodno ga je prethodno pojačati nekoliko stotina puta.

Detektor NMR signala u suštini predstavlja radioantenu koja reaguje na slabljenje intenziteta radiosignala RF zavojnice tako da pored NMR signala na



Slika 3.3. Glava NMR spektrometra sastoji se od zavojnice, otpornika i kondenzatora koji čine zajedno standardno RLC kolo.

oscilokopu se mogu primijetiti i dodatni signali koji dolaze iz okoline kao što su RF signali radiostanica, mobitela, WIFI signali, signali usljed električnih instalacija i dr. Da bi se smanjio doprinos šuma, detektor se obavezno postavlja u metalno kućište koje služi kao zaštita od elektromagnetne smetnje pozadinskih signala.

Na slici 3.3 je predstavljena glava NMR spektrometra koji se sastoji od zavojnice, promjenljivog kondenzatora od nekoliko stotina pF i otpornika koji su povezani paralelnom vezom. U trenutku kada se desi uslov za pojavu rezonancije, tj. kada se desi apsorpcija RF zračenja, induktivitet zavojnice se povećava, pa se time i amplituda RF polja smanji. Ako je L_0 induktivitet zavojnice, u trenutku pojave rezonancije njen ukupni induktivitet s uzorkom se može izračunati kao

$$L = L_0(1 + \eta\chi), \quad (3.11)$$

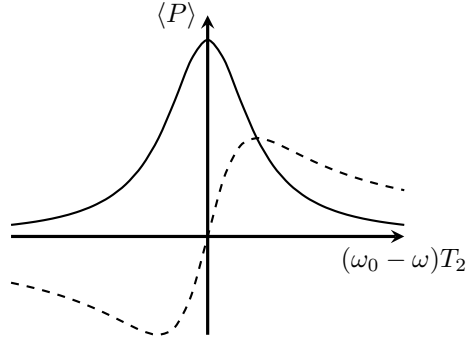
gdje je χ magnetna susceptibilnost uzorka u zavojnici, a η ($0 < \eta < 1$) je udio zapremine zavojnice koji je ispunjen uzorkom. Impedanca paralelne veze je

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j\omega_0 C_0 + \frac{1}{j\omega_0 L} \quad (3.12)$$

$$= \frac{1}{R} \left(1 + jQ + \frac{Q}{j(1 + \eta\chi)} \right), \quad (3.13)$$

gdje je $j = \sqrt{-1}$, a veličina $Q = \frac{R}{\omega_0 L_0}$ zove se faktor dobrote. Budući da je veličina $\eta\chi \ll 1$, može se iskoristiti razvoj u red $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$ za $|x| \ll 1$, tako da je impedanca približno jednaka

$$Z \approx R(1 - jQ\eta\chi). \quad (3.14)$$



Slika 3.4. Puna linija predstavlja NMR signal, tj. signal koji se može povezati sa χ'' (apsorpciona kriva), a isprekidana linija je disperziona kriva koja je povezana sa χ' .

Magnetna susceptibilnost je veličina koja zavisi od frekvencije i obično se izražava u kompleksnom obliku $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$ tako da je impedanca određena sa

$$Z = R + RQ\eta\chi'' - jRQ\eta\chi'. \quad (3.15)$$

Član koji opisuje porast impedance usljed apsorpcije je $RQ\eta\chi''$. Pod pretpostavkom da kroz glavu NMR spektrometra teče naizmjenična struja jačine $i(t) = I_0 \cos(\omega_0 t)$, snaga RF polja koja otpada na apsorpciju $P(t) = i^2(t)RQ\eta\chi''$ usrednjena po jednom periodu RF polja je jednaka

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} RQ\eta\chi'' I_0^2. \quad (3.16)$$

Felix Bloch je prvi teorijski izveo izraze⁸ za χ' i χ'' :

$$\chi'(\omega) = \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{(\omega_0 - \omega)T_2}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2}, \quad (3.17)$$

$$\chi''(\omega) = \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{1}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2}, \quad (3.18)$$

gdje je ω_0 rezonantna frekvencija, T_2 vrijeme relaksacije spin-spin međudjelovanja, a χ_0 je statička susceptibilnost. Ovi izrazi vrijede pod uslovom da nije došlo do zasićenja populacije protona u višim energetske stanjima.

Teorijski oblik veličina χ' i χ'' daje mogućnost da se pretpostavi kako bi izgledao idealan NMR signal. Na slici 3.4 su prikazani oblici signala koji su posljedica veličina χ' i χ'' . Puna kriva odgovara veličini χ'' i ona predstavlja apsorpciju RF polja, odnosno NMR signal. Isprekidana kriva s druge strane je povezana s veličinom χ' i zove se disperziona kriva, a povezana je s apsorpcionom krivom preko prvog izvoda po ω . Dati detektor radi u apsorpcionom režimu i signal koji se očekuje detektovati trebao bi da ima oblik pune linije na slici 3.4. Naravno, stvarni NMR signal neće biti idealan kao teorijska predviđanja. Šta više, u NMR signalu mogu se pojaviti i dodatne eksponencijalno opadajuće (prigušene) oscilacije koje se javljaju kao posljedica spin-spin međudjelovanja.

⁸F. Bloch, *Nuclear Induction*, Phys. Rev. **70**, 460 (1946).

3.3.1 Princip rada NMR spektrometra i detekcija signala

NMR spektrometar koji će se koristiti u ovoj vježbi je kućne izrade i zasnovan na Robinsovom oscilatoru⁹ koji koristi FET tranzistore kao aktivne komponente za dobijanje RF polja¹⁰.

Tri su glavna dijela svakog NMR spektrometra: *oscilator* koji služi za dobijanje RF polja, *RC filter* koji propušta samo niskofrekventne signale, te *pojačalo* koje zatim pojača propušteni niskofrekventni signal. Cijeli uređaj nalazi se u metalnom kućištu i napaja se pomoću triju serijski povezanih 9 V baterija. Korištenjem baterija umjesto laboratorijskog izvora napona može se izbjeći pojava dodatnih šumova u detekciji NMR signala. Drugim riječima, napajanje oscilatora i detektora je nezavisno od gradske mreže.

NMR spektrometar može raditi na dva principa. Prvi princip zasniva se na podešavanju frekvencije RF polja sve dok se ne uoči rezonancija pri datoj jačini statičkog magnetnog polja. U tom slučaju, podešena frekvencija odgovara rezonantnoj frekvenciji. NMR spektrometar također može raditi na principu promjene jačine statičkog polja dok se frekvencija RF polja drži konstantnom. Jačina statičkog magnetnog polja podešava se sve dok se ne postigne rezonantna frekvencija. Budući da je drugu metodu lakše ostvariti, većina NMR spektrometara radi na principu promjene jačine statičkog magnetnog polja.

Promjena statičkog magnetnog polja postiže se superpozicijom dodatnog promjenljivog (modularnog) polja $\vec{B}_m(t) = B_{0m} \cos(2\pi f_m t) \vec{e}_z$ na statičko polje $\vec{B}_s = B_0 \vec{e}_z$. Modularno polje dobija se pomoću Helmholtzovih kalemova kroz koje teče naizmjenična struja frekvencije f_m . Najbolje bi bilo koristiti naizmjeničnu struju frekvencije koja nije jednaka cjelobrojnom umnošku frekvencije gradske mreže jer se na taj način može izbjeći šum koji dolazi od izvora napajanja magnetna i električnih instalacija.

Rezultujuće magnetno polje koje cijepa energetska stanja nukleona je $B = B_0 + B_m \cos(2\pi f_m t)$. Frekvencija RF polja podesi se tako da se rezonancija javlja u trenutku kada modularno polje prolazi kroz vrijednost nula. Ovo se postiže centriranjem NMR spektra na osciloskopu.

Na slici 3.5 je predstavljena detekcija NMR signal. LC kolo uspostavi stabilne oscilacije RF polja. Kada se uspostavi uslov za pojavu apsorpcije energije iz RF polja, amplituda RF polja se smanji i to svakih $t = 1/(2f_m)$ sekundi. Ovakav signal dalje se propušta kroz niskopropusni RC filter koji otklanja RF polje jer propušta signale samo do određene frekvencije. Na taj način se dobije samo signal koji odgovara apsorpciji, odnosno NMR signal koji se dalje dodatno pojačava da bi se mogao posmatrati na osciloskopu.

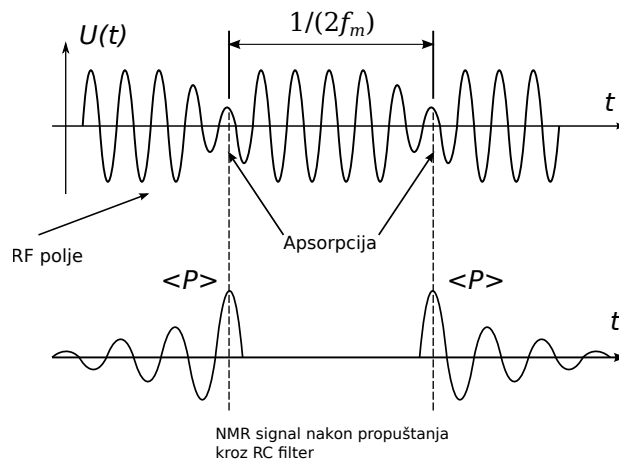
Dakle, u ovom režimu rada NMR spektrometra, magnetno polje se mijenja s vremenom dok se frekvencija RF polja drži konstantnom. U trenutku kada bude ispunjeno

$$B(t_r) = \frac{\omega_0}{\gamma}, \quad (3.19)$$

gdje je t_r trenutak kad se postiže rezonancija, na osciloskopu se opaža signal koji odgovara apsorpciji fotona iz RF polja.

⁹F. N. H. Robinson, *A convenient nuclear resonance magnetometer*, J. Phys. E **20**, 502 (1987).

¹⁰Oscilator i detektor NMR signala je zasnovan na shemi koja se može naći u knjizi *The Art of Experimental Physics*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1991).



Slika 3.5. Apsorpcija energije iz RF polja i opažanje NMR signala.

3.4 Uređaj i metodika rada

Pokretanje mjerenja

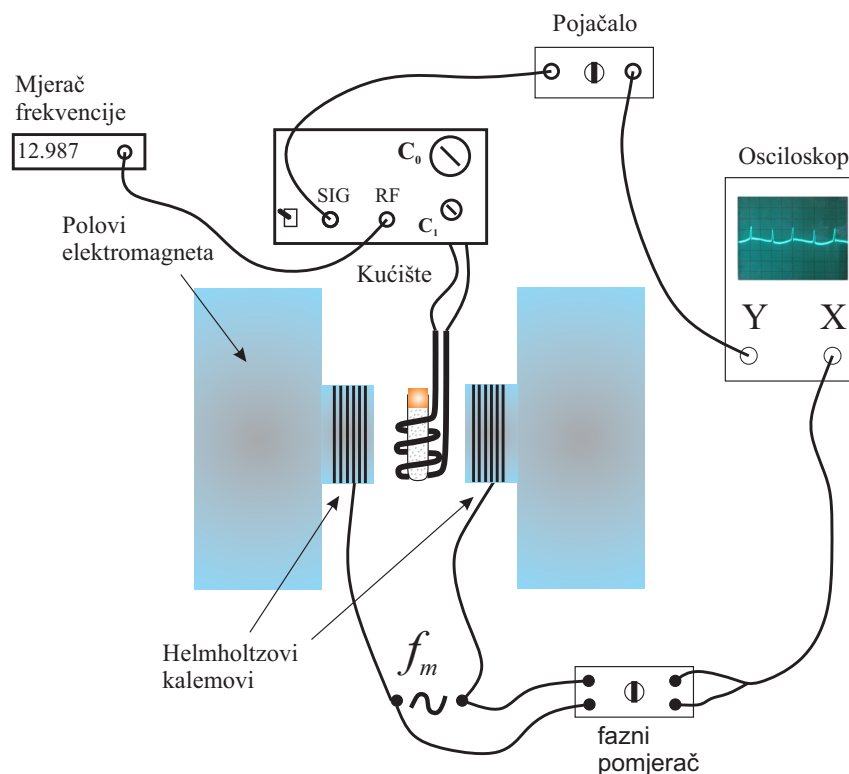
Radi vlastite sigurnosti, zaštite opreme i ličnih predmeta, prije početka eksperimenta **potrebno je povesti računa o sljedećem:**

- Ukoliko na sebi imate metalni nakit ili predmet, obavezno ga skinuti prije početka mjerenja.
- Mobitele ne približavati elektromagnetu.
- Prije uključivanja elektromagneta obavezno pustiti vodu za hlađenje elektromagneta.

Na slici 3.6 je predstavljena šema NMR spektrometra na kojoj su prikazani svi njegovi glavni dijelovi:

- elektromagnet koji se hladi vodom iz česme,
- metalna kutija s oscilatorom, RF filterom i pojačalom zajedno sa zavojnicom u koju se stavlja uzorak koji se ispituje,
- mjerač frekvencije,
- osciloskop na kojem se prati NMR signal,
- fazni pomjerac za manipulaciju NMR signala na osciloskopu,
- dodatno pojačalo NMR signala koje nije nužno, ali može se koristiti,
- Helmholtzovi kalemovi koji proizvode modularno magnetno polje.

Helmholtzovi kalemovi se napajaju naizmjeničnim naponom koji treba da bude reda nekoliko volti i frekvencije f_m . Spojiti NMR spektrometar prema datoj šemi. Uključiti NMR spektrometar i provjerite da li oscilator daje RF polje. Spojiti BNC kablom **RF** izlaz na spektrometru s **X** izlazom na osciloskopu



Slika 3.6. Šema NMR spektrometra sa svim instrumentima.

i podešavanjem vremenske baze **TIME/DIV** na osciloskopu ispitati da li se mogu dobiti sinusne oscilacije. Okretanjem kondenzatora C_0 pokušati mijenjati frekvenciju signala. Ukoliko se ne mogu uočiti sinusne oscilacije provjeriti da li baterije daju dovoljan napon (oko 25 V) za napajanje spektrometra. Pomoću kondenzatora C_1 može se mijenjati i amplituda oscilacija. Ispitati u kojem intervalu frekvencija $[\nu_{min}, \nu_{max}]$ radi NMR spektrometar.

Kalibracija elektromagneta

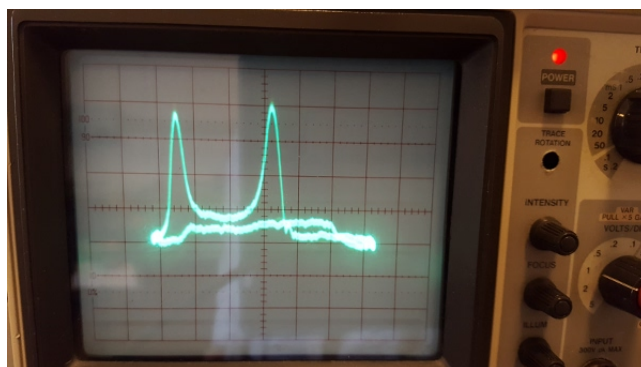
Za mjerenje magnetne indukcije statičnog polja B_0 koristi se teslametar s Hallovom sondom. Sonda se postavi tako da je što bliže zavojnici u kojoj se stavlja uzorak. U tom položaju se mjeri magnetna indukcija elektromagneta u zavisnosti od jačine električne struje koja teče kroz elektromagnet.

Elektromagnet ima željeznu jezgru koja pojačava magnetno polje koje daje zavojnica elektromagneta. Prema tome, polje postoji i kada je napajanje elektromagneta isključeno. Za nekoliko različitih vrijednosti električne struje izmjeriti magnetnu indukciju i pri tome odrediti kalibracionu krivu za elektromagnet. Ova kriva treba da bude u obliku linearne funkcije oblika $B_0(I) = a + bI$, gdje su a i b konstante.

Određivanje žiromagnetnog faktora protona

Za određivanje žiromagnetnog faktora protona potrebno je pratiti sljedeće korake:

1. Postaviti uzorak destilovane vode (može se koristiti i voda iz česme) unutar zavojnice.
2. Spojiti sve uređaje prema šemi predstavljenoj na slici 3.6. Pojačalo NMR signala između **Y** izlaza na osciloskopa i izlaza **SIG** na kućištu nije obavezno jer ono služi samo da dodatno pojača NMR signal radi lakšeg opažanja na osciloskopu. Podesiti režim rada osciloskopa na **X-Y** okretanjem preklopnika **TIME/DIV**.
3. Uključiti napajanje elektromagneta (preklopnici *current* i *voltage*) i podesiti da struja kroz magnet bude oko 3 A. Struja kroz elektromagnet ne smije biti veća od 4,5 A.
4. Uključiti osciloskop i brojač frekvencija.
5. Uključiti napajanje kalemova modularnog polja. Napon na kalemovima treba da bude između 2 V i 10 V. Širina NMR signala će zavisi od jačine modularnog polja, tj. od primijenjenog napona. Horizontalna osa na osciloskopu predstavlja promjenu modularnog polja u vremenu tako da se horizontalna osa može baždari u teslima.
6. Mjenjanjem kapaciteta kondenzatora C_0 na ekranu treba da se pojavi NMR signal. Trebaju se pojaviti dva NMR signala jer modularno polje mijenja smjer u toku jednog perioda kao što je prikazano na slici 3.7. Da bi se signali vidjeli jasno potrebno je podesiti odgovarajuću podjelu na **X** i **Y** izlazu koristeći preklopnik **VOLTS/DIV** na oba izlaza.



Slika 3.7. NMR signal na osciloskopu. Dvije apsorpcione krive se pojavljuju jer modularno polje u toku jednog perioda mijenja smjer, tako da su signali međusobno zarotirani za 180° .

7. Kada se pojave dva NMR signala na ekranu osciloskopa, okretanjem preklopnika na faznom pomjerачu podesiti da se ova dva signala preklope. Podesiti struju kroz elektromagnet tako da se ovakav signal nalazi na sredini ekrana osciloskopa. Nije potrebno dalje podešavati fazni pomjerач.

8. Zabilježiti frekvenciju RF polja i magnetnu indukciju.
9. Ponoviti postupak za nekoliko različitih vrijednosti magnetnog polja B_0 .
10. Izračunati srednju vrijednost žiromagnetnog faktora protona koristeći relaciju (3.7):

$$g_p = \frac{h\nu_0}{\mu_N B_0}, \quad (3.20)$$

gdje je ν_0 rezonantna frekvencija, a magnetna indukcija B_0 . Izračunati relativnu grešku u odnosu na tabličnu vrijednost.

Napomena: NMR signal u destilovanoj vodi je veoma slab i potrebno je strpljenje prilikom traženja rezonantne frekvencije. Signal postaje izraženiji s povećanjem magnetne indukcije elektromagneta.

Određivanje žiromagnetnog odnosa jezgre ^{19}F

Za određivanje žiromagnetnog odnosa jezgre fluora, potrebno je pratiti sljedeće korake:

1. Postaviti uzorak teflona (bijeli štapić) koji sadrži fluor ^{19}F .
2. Podesiti jačinu struje na elektromagnetu na 4 A.
3. Odrediti rezonantnu frekvenciju za pojavu NMR signala na isti način kao i ranije.
4. Izračunati žiromagnetni odnos jezgre ^{19}F .
5. Ponoviti mjerenje za barem tri različite jačine magnetnog polja elektromagneta.
6. Izračunati srednju vrijednost žiromagnetnog odnosa i faktora za ^{19}F . Tablična vrijednost za žiromagnetni faktor iznosi $g_{\text{F}} = 5,258$. Izračunati relativnu grešku u odnosu na tabličnu vrijednost.

Postupak za gašenje NMR spektrometra

1. Smanjiti jačinu struje i pad napona na napajanju elektromagneta. Oba preklopnika (*current* i *voltage*) vratiti na nulu.
2. Ugasiti napajanje Helmholtzovih zavojnica.
3. Ugasiti napajanje osciloskopa, brojača frekvencije, i dr.
4. Zatvoriti vodu za hlađenje elektromagneta.

3.5 Praktičan rad

Zadatak 1. Pomoću teslametra izmjeriti indukciju statičkog polja B_0 ili je odrediti pomoću kalibracione krive.

I (A)	B_0 (T)	I (A)	B_0 (T)
...			

Tabela 3.1. Tabela za zadatak 1.

Prema proceduri koja je opisana u prethodnom potpoglavlju, za nekoliko vrijednosti struje I izmjeriti teslametrom magnetnu indukciju i upisati u tabelu 3.1 (dodati još redova ukoliko je to potrebno). Nacrtati kalibracionu krivu.

Zadatak 2. Odrediti žiromagnetni faktor za proton koristeći vodu iz česme.

Prema proceduri koja je opisana u prethodnom potpoglavlju, za različite vrijednosti struje očitati vrijednosti magnetne indukcije i frekvencije te izračunati žiromagnetni odnos protona. Popuniti tabelu 3.2 i izračunati relativnu grešku žiromagnetnog faktora protona u odnosu na tabličnu vrijednost.

I (A)	B_0 (T)	ν (MHz)	g_p

Tabela 3.2. Tabela za zadatak 2.

Zadatak 3. Odrediti žiromagnetni odnos za jezgru ^{19}F koristeći teflon.

Prateći proceduru opisanu u prethodnom potpoglavlju za različite vrijednosti struje očitati vrijednosti magnetne indukcije i frekvencije. Popuniti tabelu 3.3, izračunati žiromagnetni odnos za fluor te izračunati relativnu grešku u odnosu na tabličnu vrijednost.

I (A)	B_0 (T)	ν (MHz)	g_F

Tabela 3.3. Tabela za zadatak 3.

Vježba 4

Kvalitativna rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF) metala i minerala – Moseleyev zakon

Zadaci:

1. Izvršiti kalibraciju multikanalnog analizatora koristeći karakteristično zračenje Cu cijevi.
2. Iz spektara fluorescentnog zračenja metala (Zn, Cu, Fe, Ni) odrediti energetske vrijednosti karakterističnih K_α i K_β linija. Odrediti Rydbergovu frekvenciju i konstante zasjenjenja uz pomoć Moseleyevih dijagrama.
3. Iz spektara fluorescentnog zračenja odabranih minerala odrediti energije odgovarajućih prelaza.

4.1 Teorijski uvod

Rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF) je moćna nedestruktivna analitička tehnika koja se prvenstveno koristi za određivanje elementnog sastava materijala u geologiji, nauci o materijalima, metalurgiji, kontroli kvalitete i mnogim drugim oblastima. Radi na principu interakcije rendgenskog zračenja s materijom. Kada X-zrake stupaju u interakciju s materijom, gube energiju zbog Comptonovog rasijanja, proizvodnje parova i fotoelektričnog efekata. Koji efekat će dominirati zavisi od energije X-zraka.

Comptonovo rasijanje je proces u kojem upadni foton predaje dio svoje energije elektronu koji nakon sudara uzmiče.

Upadni foton koji ima energiju najmanje jednaku dvostrukoj energiji mirovanja elektrona

$$h\nu \geq 2m_e c^2,$$

gdje je h Planckova konstanta, ν frekvencija zračenja, m_e masa elektrona, a c brzina svjetlosti, može biti konvertovan u par elektron-pozitron, ukoliko se nađe u polju jezgre.

Fotoelektrični efekat je proces u kojem foton predaje svu svoju energiju elektronu i izbacuje neki od čvrsto vezanih elektrona iz K , L ili M ljuske. Prazno mjesto vrlo brzo zauzima elektron iz jedne od viših ljuski atoma uz emisiju viška energije. Energija koja se proizvodi tokom ovog procesa može se koristiti za izbacivanje drugog elektrona iz jedne od viših ljuski (Augerov efekat) ili za stvaranje fotona (fluorescentno zračenje). U prvoj aproksimaciji, elektroni koji ne učestvuju u ovom procesu se smatraju fiksiranim. Njihov uticaj se uzima u obzir uvođenjem tzv. konstante zasjenjenja σ , koja smanjuje učinak naboja jezgre. Ako se zanemare relativistički i efekti spin-oritalne interakcije, energija elektrona u n -toj ljusci atoma E_n može se na približan način opisati Bohrovim modelom atoma:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} (Z - \sigma)^2 \frac{1}{n^2}, \quad (4.1)$$

gdje je m_e masa elektrona, e elementarni naboj, ϵ_0 dielektrička konstanta vakuuma, h Planckova konstanta, Z atomski broj, n glavni kvantni broj i σ konstanta zasjenjenja. Prvi razlomak se može izraziti preko tzv. Rydbergove frekvencije¹:

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3}, \quad (4.2)$$

pa relacija (4.1) postaje

$$E_n = -Rh(Z - \sigma)^2 \frac{1}{n^2}. \quad (4.3)$$

Konstanta zasjenjenja zavisi od lokacije pobuđenog elektrona i od konfiguracije ostalih elektrona. Zbog prelaza elektrona sa n_2 na n_1 ljusku ($n_2 > n_1$) u skladu s relacijom (4.3), energija oslobođenog zračenja je

$$E = Rh \left(\frac{(Z - \sigma_{n_1})^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_{n_2})^2}{n_2^2} \right). \quad (4.4)$$

Umjesto dvije konstante zasjenjenja za prelaz sa n_1 na n_2 , uvodi se srednja konstanta zasjenjenja σ_{n_1, n_2} . Kao rezultat toga, relacija (4.4) se pojednostavljuje na

$$E = Rh(Z - \sigma_{n_1, n_2})^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (4.5)$$

Crtanjem zavisnosti $\sqrt{E}$ od Z , dobija se tzv. Mosleyev dijagram. Uzimajući da je $n_2 = 2$ i $n_1 = 1$ (karakteristična K_α -linija), relacija (4.5) se svodi na

$$\sqrt{E} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{Rh} Z - \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{Rh\sigma_{1,2}}. \quad (4.6)$$

Analogna relacija vrijedi za karakterističnu K_β -liniju s tim što je sad $n_2 = 3$ i $n_1 = 1$:

$$\sqrt{E} = \frac{\sqrt{8}}{3} \sqrt{Rh} Z - \frac{\sqrt{8}}{3} \sqrt{Rh\sigma_{1,3}}. \quad (4.7)$$

¹Rydbergova frekvencija R je povezana s Rydbergovom konstantom R_H preko relacije $R = cR_H$, gdje je c brzina svjetlosti

Za određivanje vrste atoma koji emituje rendgensko zračenje, vrši se upoređivanje eksperimentalno dobivene vrijednosti energije s odgovarajućim tabličnim vrijednostima. Pri dodjeljivanju linija fluorescencije odgovarajućim atomima mora se uzeti u obzir da se relaksacije nakon procesa primarne jonizacije mogu dogoditi samo ako zadovoljavaju kvantno-mehanička selekciona pravila $\Delta J = 0, \pm 1$ i $\Delta L = \pm 1$, gdje kvantni broj J odgovara ukupnom ugaonom momentu, a L orbitalnom momentu atoma.

Vrijednost konstanti zasjenjenja koje se određuju uz pomoć Bohrovog modela atoma imaju samo ograničenu valjanost, budući da detaljniji proračuni (Hartree) pokazuju da radijalna raspodjela gustoće naboja nekih elektrona, npr. 3p elektrona, ima sekundarni maksimum blizu jezgre. Ipak je opravdano očekivati da vrijedi $\sigma_{1,2} > 1$ i $\sigma_{1,3} > \sigma_{1,2}$ jer tokom K_α prelaza preostali 1s elektron kao i 2s elektron koji nije uključen u proces zasjenjuju nuklearni naboj, dok tokom K_β prelaza svi elektroni iz L ljuske dodatno zasjenjuju nukleus.

4.2 Uređaj i metodika rada

Eksperimentalna postavka za ovu vježbu data je na slici 4.1.



Slika 4.1. Izgled eksperimentalne postavke za kvantitativnu X-flourescentnu spektroskopiju metala.

Za izradu eksperimenta je potrebno sljedeće:

- Phywe XR 4.0 Expert rendgenska jedinica, 35 kV,
- poluprovodnički energetski detektor (XRED),
- multikanalni analizator X-zraka (MCA),
- bakarna (Cu) cijev,

- molibdenova (Mo) cijev,
- aperture od 1 mm, 2 mm i 5 mm,
- set metala,
- set minerala.

U rasponu energija koja je dostupna tokom ovog eksperimenta, fotoelektrični efekat igra najvažniju ulogu. Kada se materijal izloži polihromatskim X-zrakama doći će do izbacivanja elektrona iz unutrašnjih ljuski atoma što je praćeno relaksacijom atoma i emisijom karakterističnog rendgenskog zračenja – fluorescentnog zračenja. Energija rezultujućeg fluorescentnog zračenja analizira se uz pomoć poluprovodničkog detektora i multikanalnog analizatora i na osnovu toga određuje se energija odgovarajućih karakterističnih rendgenskih linija, a rezultujući Moseleyev dijagram se koristi za određivanje Rydbergove frekvencije i konstanti zasjenjenja.

Za pripremu eksperimenta i povezivanje uređaja potrebno je pratiti sljedeće korake:

1. Pričvrstiti adapterski prsten na ulaznu cijev energetskog detektora i spojiti signalne i dovodne kablove na odgovarajuće priključke detektora pomoću utikača.
2. Spojiti signalne i dovodne kablove na odgovarajuće ulaze (XRED) u eksperimentalnoj komori rendgenske jedinice (slika 4.2 a).
3. Spojiti vanjske XRED ulaze rendgenske jedinice (vidi sliku 4.2 b) na multikanalni analizator (MCA). Priključak za signalni kabl označen je crvenom bojom, a priključak za napojni kabl označen je zelenom bojom. Spojiti signalni kabl na ulaz "Input", a kabl napajanja na "X-Ray Energy Det." na ulaz MCA.



Slika 4.2. a) Priključci unutar komore rendgenske jedinice. b) Povezivanje MCA.

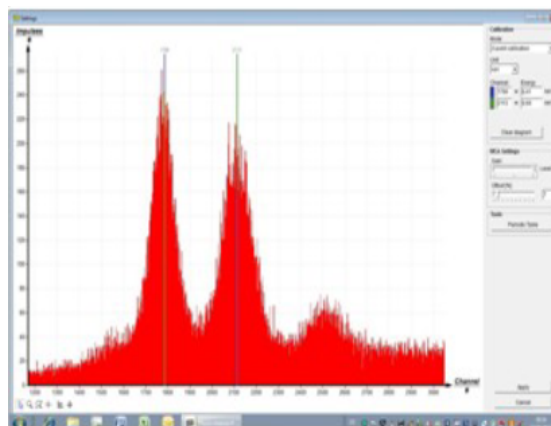
4. Učvrstiti energetski detektor u držač zakretne ruke goniometra (slika 4.3). Koristiti dva kabla dovoljne dužine da se goniometar može slobodno zakretati po cijelom rasponu.
5. Povezati multikanalni analizator i laptop pomoću USB kabela.



Slika 4.3. Spajanje goniometra.

Kalibracija multikanalnog analizatora se vrši na sljedeći način:

1. Goniometar pomjeriti u krajnji položaj na desnoj strani. Postaviti Cu lampu i aperturu od 1 mm.
2. Zaključati vrata reenskog uređaja i dovesti detektor u položaj 0° . Zatim, pomicati detektor za nekoliko desetina stepena izvan nultog položaja.
3. Za Cu lampu odabrati sljedeće parametre: anodni napon $U_A = 25 \text{ kV}$, anodna struja $I_A = 0,02 \text{ mA}$ i potvrditi odabrane vrijednosti pritiskom tipke "Enter".
4. Uključiti reensko zračenje.
5. U softveru pod MEASURE odabrati opciju "Gauge" i unutar nje "Multi channel analyser". Zatim odabrati "Settings and calibration". Nakon pritiska tipke "Calibrate", može se mjeriti energetska spektar. Broj impulsa (c) u sekundi (s) treba biti $< 300 \text{ c/s}$. Parametri koje treba izabrati za kalibraciju su: "2-point calibration", "Unit = keV", "Gain = 2". Treba odabrati offset tako da se suzbiju nisko energetska signali (obično je dovoljno odabrati nekoliko procenata), pogledati sliku 4.4.
6. Kalibraciju vršiti 5 minuta, koristeći tajmer na reenskom uređaju.
7. Dvesti dvije kalibracione linije u takve položaje da se poklapaju s masimumima dvije karakteristične reenske linije. Odgovarajuće vrijednosti energije za Cu lampu su $K_\alpha = 8,04 \text{ keV}$ i $K_\beta = 8,9 \text{ keV}$ unose se u odgovarajuća polja u zavisnosti od boje.
8. Sačuvati kalibraciju pod odgovarajućim imenom. Jednom ispravno urađena kalibracija se može koristiti do kraja vježbe, za sve zadatke.



Slika 4.4. Izgled kalibracione krive s dva izražena maksimuma.

Snimanje spektara se vrši na sljedeći način:

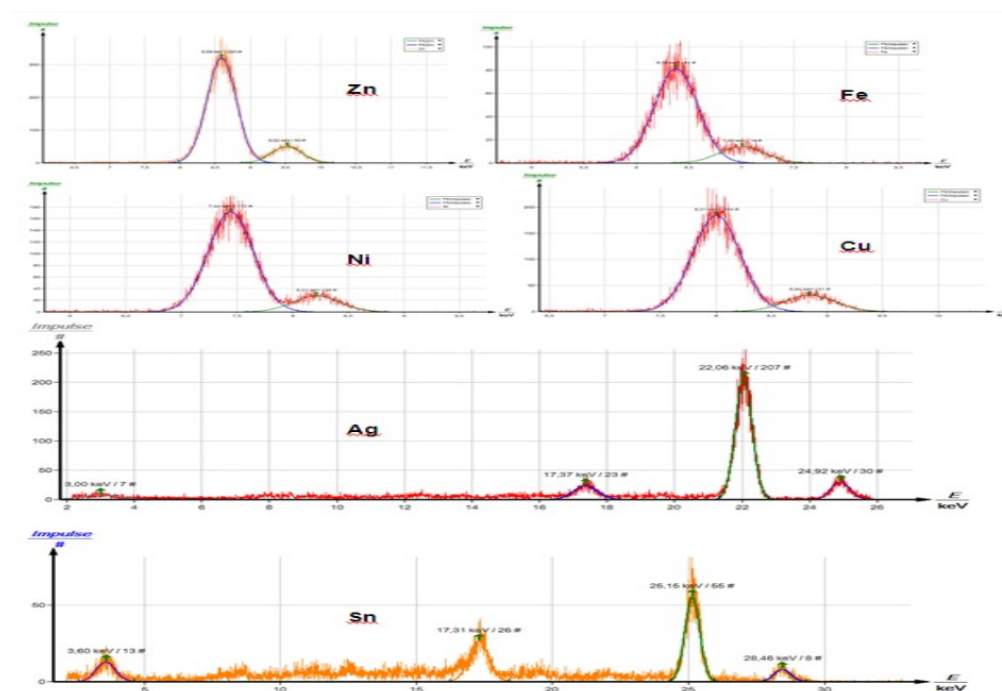
1. Postaviti Mo lampu i odgovarajuću aperturu. Za snimanje spektara metala koristi se apertura od 2 mm, a za snimanje spekara minerala apertura od 5 mm.
2. Goniometar i detektor premjestiti u njihove krajnje pozicije na lijevoj strani. Detektor dovesti u položaj 90° u "1:2 coupling mode".
3. Uzorak metala ili minerala pričvrstiti unutar držača i postaviti zajedno pod uglom 45° unutar uređaja.
4. Na uređaju podesiti anodni napon na 35 kV, a anodnu struju prilagoditi tako da broj impulsa ne bude prevelik (optimalno je da bude za metale $\leq 300 \frac{\text{impulsa}}{\text{s}}$, a za minerale $\leq 200 \frac{\text{impulsa}}{\text{s}}$).
5. Svako mjerenje uz pomoć tajmera namjestiti na trajanje od 5 minuta.

Nakon izvršenog mjerenja, na desktopu se dobija grafički prikaz snimljenog spektra. Spektar je potrebno prilagoditi i iz njega izvući podatke potrebne za dalje proračune. To se radi na sljedeći način:

1. Prvo kliknuti na "Display options" pa unutar izbornika na "Interpolation and straight lines". Da bi se mogla odrediti vrijednosti energije prebaciti se s "Bar display" na "Curve display".
2. Uz pomoć funkcije "Zoom" (ikona male lupe) potrebno je odabrati relevantni dio spektra.
3. Zatim, kliknuti na "Curve selection" (znak plus) i obilježiti cijeli jedan maksimum. Otvoriti prozor "Function fitting" i izabrati "Scaled normal distribution".
4. Odrediti normalnu raspodjelu uz pomoć funkcije "Peak analysis" ili uz pomoć funkcije "Survey".

Spektri metala

Primjer snimljenih spektara različitih metala prikazan je na slici 4.5. Teorijske vrijednosti energije K_α i K_β linija metala koji se snimaju u ovoj vježbi date su u tabeli 4.1.



Slika 4.5. Fluorescentni spektri nekih metala.

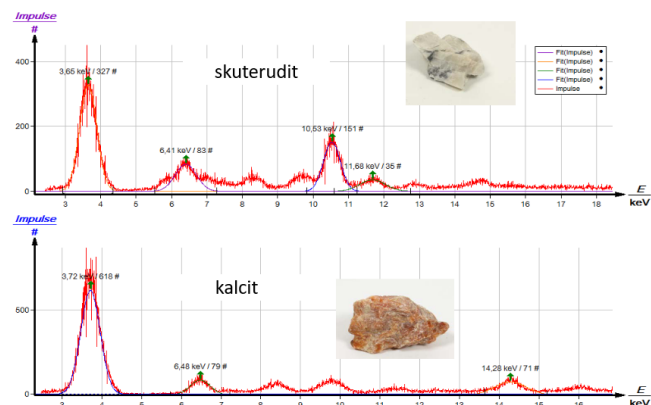
Element	Z	$K_{\alpha\text{teor}}$ (keV)	$K_{\beta\text{teor}}$ (keV)
Fe	26	6,397	7,056
Ni	28	7,474	8,265
Cu	29	8,039	8,905
Zn	30	8,627	9,572

Tabela 4.1. Teorijske vrijednosti energija karakterističnih linija za metale.

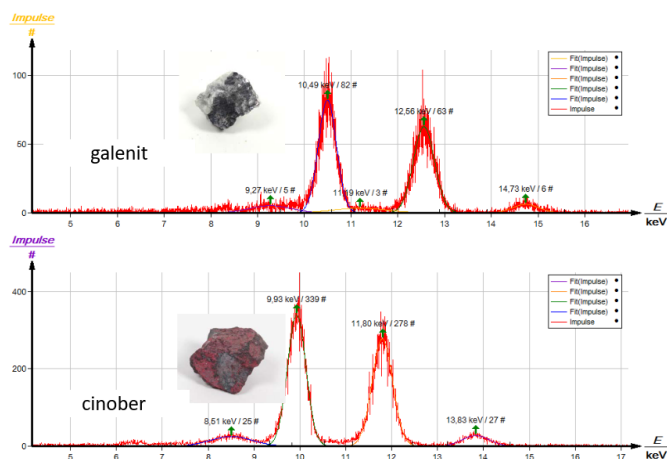
Spektri minerala

Na slici 4.6 dati su primjeri fluorescentnih spektara za minerale koji sadrže hemijske elemente čiji je atomski broj $Z < 51$, a na slici 4.7 primjeri fluorescentnih spektara za minerale koji sadrže hemijske elemente s većim atomskim brojevima.

U tabeli 4.2 prikazani su odgovarajući hemijski elementi čiji je atomski broj $Z < 50$ i vrijednosti energija K_α i K_β prelaza. Unutar ove skupine elemenata mogu se jasno identifikovati samo karakteristične K_α i K_β linije. Energija ka-



Slika 4.6. Flourescentni spektri minerala za $Z < 50$.



Slika 4.7. Flourescentni spektri minerala s većim atomskim brojevima.

rakterističnih fluorescentnih linija kisika ili sumpora, koje sadrže okside ili sulfate ili kalij i silicij, ne može se prikazati. Oni su ispod razlučivosti detektora energije X-zraka, a neki od njih imaju samo vrlo nizak intenzitet.

Procjena energije fluorescentnih linija elemenata s višim atomskim brojevima je malo komplikovanija. Energija jonizacije K ljuske ovih elemenata veća je od maksimalne energije od 35 keV dostupne u rendgenskoj jedinici XR 4.0. Zato se mogu vidjeti samo L linije. U tabeli 4.3 data je procjena energije L linija za neke minerale s atomima većih atomskih brojeva.

Atomski broj Z	Element	K_α/K_β (keV)	Mineral (primjeri)
20	Ca	3,69/4,01	Kalcit
23	Ti	4,51/4,93	Ilmenit
25	Mn	5,90/6,49	Braunit
26	Fe	6,39/7,03	Kalcit (Ilmenit)
27	Co	6,93/7,65	Skuterudit
28	Ni	7,47/8,26	
29	Cu	8,04/8,90	Bakreni škrljac (Kupferschiefer)
30	Zn	8,64/9,57	
32	Ge	9,89/10,98	
33	As	10,54/11,72	Skuterudit
34	Se	11,22/12,49	
35	Br	11,92/13,29	
37	Rb	13,39/14,96	
38	Sr	14,16/15,83	Kalcit
42	Mo	17,38/19,56	
47	Ag	22,07/24,91	
50	Sn	25,15/28,46	
51	Sb	26,36/29,72	Stibnit

Tabela 4.2. Procjena energije K_α i K_β linija fluorescencije za minerale s atomima čiji je atomski broj $Z < 50$.

Element	Linija	E_{teor} (keV)	Prelaz
W, Z=74	1	7,39	$L_3M_1 - L_1$
	2	8,35/8,42	$L_3M_{4,5} - L_{\alpha 1,2}$
	3	9,69	$L_2M_4 - L_{\beta 1}$
	4	11,28	$L_2N_4 - L_{\gamma 1}$
Hg, Z=80	1	8,72	$L_3M_1 - L_1$
	2	9,89/9,99	$L_3M_{4,5} - L_{\alpha 1,2}$
	3	11,82	$L_2M_4 - L_{\beta 1}$
	4	13,83	$L_2N_4 - L_{\gamma 1}$
Pb, Z=82	1	9,18	$L_3M_1 - L_1$
	2	10,45/10,55	$L_3M_{4,5} - L_{\alpha 1,2}$
	3	11,35	$L_2M_1 - L_\eta$
	4	12,61	$L_2M_4 - L_{\beta 1}$
	5	14,76	$L_2N_4 - L_{\gamma 1}$
Bi, Z=83	1	9,42	$L_3M_1 - L_1$
	2	10,73/10,83	$L_3M_{4,5} - L_{\alpha 1,2}$
	3	11,71	$L_2M_1 - L_\eta$
	4	13,02	$L_2M_4 - L_{\beta 1}$
	5	15,25	$L_2N_4 - L_{\gamma 1}$

Tabela 4.3. Procjena energije L linija fluorescencije za minerale s atomima čiji je atomski broj $Z > 50$.

4.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Izvršiti kalibraciju multikanalnog analizatora koristeći karakteristično zračenje Cu rendgenske cijevi.

Koristeći proceduru koja je opisana u prethodnom potpoglavlju, izvršiti kalibraciju multikanalnog analizatora (očekivati rezultat kao na slici 4.4) i sačuvati dobijeni grafik pod odgovarajućim imenom.

Zadatak 2. Iz spektara fluorescentnog zračenja metala (Zn, Cu, Fe, Ni) odrediti energetske vrijednosti karakterističnih K_α i K_β linija. Odrediti Rydbergovu frekvenciju i konstante zasjenjenja uz pomoć Moseleyevih dijagrama.

Koristeći proceduru koja je opisana u prethodnom potpoglavlju, snimiti spektre fluorescentnog zračenja metala pomoću Mo lampe. Iz spektara odrediti energije K_α i K_β linija i uporediti ih s teorijskim vrijednostima iz tabele 4.1. Rezultate upisati u tabelu 4.4.

Element	Z	$K_{\alpha\text{teor}}$ (keV)	$K_{\beta\text{teor}}$ (keV)	$K_{\alpha\text{exp}}$ (keV)	$K_{\beta\text{exp}}$ (keV)
Fe	26				
Ni	28				
Cu	29				
Zn	30				

Tabela 4.4. Tabela za zadatak 2.

Nacrtati Moseleyeve dijagrame $\sqrt{E}(Z)$ i koristeći relacije (4.6) i (4.7) odrediti Rydbergovu frekvenciju i konstante zasjenjenja $\sigma_{1,2}$ i $\sigma_{1,3}$. Uporediti dobijene vrijednosti Rydbergove frekvencije s tabličnom vrijednošću i naći relativnu grešku.

Zadatak 3. Iz spektara fluorescentnog zračenja odabranih minerala odrediti energije odgovarajućih prelaza.

Koristeći proceduru koja je opisana u prethodnom potpoglavlju snimiti spektre fluorescentnog zračenja dva odabrana minerala ($Z < 51$ i $Z \geq 51$) pomoću Mo lampe. Iz spektara odrediti energije fluorescentnih prelaza i uporediti ih s teorijskim vrijednostima iz tabela 4.2 i 4.3. Rezultate upisati u tabelu 4.5. Po potrebi dodati još redova.

Element	Z	$(K_\alpha/K_\beta)_{\text{teor}}$ (keV)	$(K_\alpha/K_\beta)_{\text{exp}}$ (keV)	E_{teor} (keV)	Prelaz
				-	-
				-	-
		-	-		
		-	-		

Tabela 4.5. Tabela za zadatak 3.

Vježba 5

Magnetna susceptibilnost

Zadaci:

1. Pomoću teslametra kalibrisati elektromagnet.
2. Vaganjem Mohrove soli, čija je susceptibilnost poznata, odrediti jačinu magnetnog polja kad kroz kaleme elektromagneta teče struja jačine 5 A.
3. Odrediti susceptibilnost bakarnog sulfata (modre galice) pri jačini struje kroz kaleme elektromagneta iz prethodnog zadatka.
4. Pomoću vage odrediti silu kojom magnetno polje djeluje na mesinganu šipku za nekoliko vrijednosti jačine magnetnog polja. Na grafiku prikazati zavisnost F od B^2 i iz nagiba pravca odrediti magnetnu susceptibilnost mesinga.

5.1 Teorijski uvod

5.1.1 Magnetna svojstva tvari

Magnetizam je jedno od najstarijih i još uvijek vrlo aktivnih područja ispitivanja u fizici. Kad se neki materijal podvrgne djelovanju magnetnog polja $\vec{H}$, onda se on namagnetiše i posjeduje magnetni momenat $\vec{m}$. Ako je materijal ravnomjerno namagnetisan po cijeloj zapremini V , tada se njegovo stanje može okarakterisati pomoću magnetnog momenta jedinice zapremine koji se zove magnetizacija $\vec{M}$:

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V}. \quad (5.1)$$

Vektor magnetizacije $\vec{M}$ povezan je s vektorom jačine magnetnog polja $\vec{H}$ preko veličine koja se naziva magnetna susceptibilnost χ . U izotropnim materijalima vektori $\vec{M}$ i $\vec{H}$ su paralelni, pa će magnetna susceptibilnost χ , definisana jednačinom

$$\vec{M} = \chi \vec{H}, \quad (5.2)$$

biti skalarna veličina. Pored veličine χ , čiji je puni naziv zapreminska susceptibilnost (češće se skraćeno zove samo susceptibilnost), koristi se i tzv. specifična

susceptibilnost

$$\chi_s = \frac{\chi}{\rho}, \quad (5.3)$$

gdje je ρ gustoća tvari. U SI χ_s ima dimenziju $\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$. Za opisivanje magnetizma, osim vektora $\vec{M}$ i $\vec{H}$ se koristi i vektor magnetne indukcije

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu\vec{H}, \quad (5.4)$$

gdje je veličina $\mu = \mu_0\mu_r$ magnetna permeabilnost, μ_0 magnetna permeabilnost vakuuma, a $\mu_r = 1 + \chi$ relativna magnetna permeabilnost.

Magnetni materijali se mogu podijeliti u različite kategorije s obzirom na vrijednost magnetne susceptibilnosti i način na koji se ona mijenja s jačinom magnetnog polja i temperaturom. Tri glavna tipa magnetizma su: dijamagnetizam, paramagnetizam i feromagnetizam. Ova podjela je bazirana na vrijednostima relativne magnetne permeabilnosti i magnetne susceptibilnosti. Za dijamagnetike je $\mu_r < 1$, a magnetna susceptibilnost im je negativna i reda veličine od oko 10^{-5} . Kod paramagnetnih materijala je $\mu_r > 1$, a magnetna susceptibilnost je pozitivna i reda veličine od oko 10^{-3} do 10^{-5} . Kod feromagnetnih materijala je $\mu_r \gg 1$, a magnetna susceptibilnost je pozitivna i reda veličine od oko 10^3 do 10^4 , čak i više. Dijamagnetni i paramagnetni materijali se zbog ovoga jednim imenom zovu slabi magnetici, dok su feromagnetni materijali jaki magnetici.

Magnetizacija supstance pod djelovanjem magnetnog polja je uzrokovana:

1. pojavom induciranih magnetnih momenata,
2. orijentacijom permanentnih magnetnih dipola.

Prvi od pomenutih doprinosa magnetizaciji je prisutan u svim supstancama, a nastaje uslijed promjene orbitalnog kretanja elektrona u atomima pod djelovanjem magnetnog polja. Drugi doprinos se javlja kod onih supstanci čiji atomi posjeduju permanentni dipolni magnetni moment. Ovaj permanentni dipolni magnetni moment potiče od orbitalnog kretanja elektrona i od spina elektrona. Kod nekih supstanci dolazi do potpune kompenzacije kako orbitalnog, tako i spinskog doprinosa magnetnom momentu atoma, pa je tada magnetni dipolni moment jednak nuli.

Supstance čiji atomi ne posjeduju permanentni magnetni dipolni moment se zovu dijamagnetici. Njihova susceptibilnost je negativna, tj. magnetizacija je suprotnog smjera od magnetnog polja. Kod dijamagnetika susceptibilnost ne zavisi od jačine magnetnog polja niti temperature. Dijamagnetna susceptibilnost je obično malena i u supstancama s permanentnim magnetnim dipolima često je zanemaljivo mala u poređenju s paramagnetnim doprinosom.

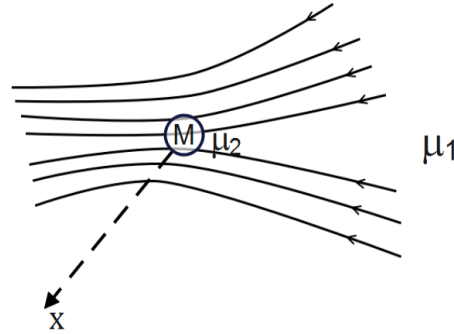
Supstance čiji atomi posjeduju permanentne magnetne dipolne momente, pod uslovom da ne postoji njihovo međudjelovanje, se zovu paramagnetici. Kod paramagnetika je magnetna susceptibilnost pozitivna i za slučaj da magnetno polje nije suviše jako, a temperatura suviše niska, može se uzeti da ne zavisi od jačine polja. Magnetizacija supstance u ovom slučaju nastaje uslijed orijentacije permanentnih magnetnih dipola u pravcu magnetnog polja. Termičko kretanje

nastoji da poremeti orijentaciju dipola, tako da se uspostavlja stanje magnetizacije kod kojeg se uravnotežuju orijentirajuće djelovanje magnetnog polja i razorijentirajuće djelovanje termičkog kretanja.

Kod feromagnetika su permanentni magnetni dipoli uslijed jakog međudjelovanja orijentisani i bez prisustva magnetnog polja. Feromagnetici imaju pozitivnu susceptibilnost koja je znatno veća nego kod paramagnetika i ona zavisi od jačine magnetnog polja.

5.1.2 Sile koje djeluju na tijelo u magnetnom polju

Prije prelaska na eksperimentalno određivanje susceptibilnosti slabih magnetika potrebno je ispitati sile koje djeluju na takva tijela kad se ona nađu u magnetnim polju. Na slici 5.1 je prikazano tijelo malih dimenzija, permeabilnosti μ_2 i zapremine V koje se nalazi u sredstvu permeabilnosti μ_1 u nehomogenom magnetnom polju. Tijelo se može slobodno kretati npr. u smjeru x . Ako se oko



Slika 5.1. Tijelo M u magnetnom polju.

tijela nalazi vakuum, tj. tijelo se nalazi u sredstvu s permeabilnošću jedan, onda je njegova potencijalna energija

$$-\frac{(\mu_2 - 1)H^2}{2}V. \quad (5.5)$$

Ukoliko se tijelo nalazi u sredstvu koje ima permeabilnost μ_1 , onda je ono svojim prisustvom istisnulo zapreminu čija je potencijalna energija bila

$$-\frac{(\mu_1 - 1)H^2}{2}V. \quad (5.6)$$

Prema tome, promjena potencijalne energije na račun unošenja tijela u magnetno polje je

$$-\frac{(\mu_2 - \mu_1)H^2}{2}V. \quad (5.7)$$

Sila koja nastoji da pokrene tijelo npr. u x -smjeru je tada

$$F_x = -\frac{d}{dx} \left[-\frac{(\mu_2 - \mu_1)H^2}{2}V \right] = \frac{(\mu_2 - \mu_1)}{2} \frac{dH^2}{dx} V. \quad (5.8)$$

Budući da vrijedi

$$\mu_1 = \mu_0(1 + \chi_1), \quad (5.9)$$

$$\mu_2 = \mu_0(1 + \chi_2), \quad (5.10)$$

$$H^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2, \quad (5.11)$$

gdje su χ_1 i χ_2 susceptibilnosti po jedinici zapremine, a H_x , H_y i H_z komponente polja duž x , y i z -ose, slijedi da je

$$F_x = \mu_0(\chi_2 - \chi_1) \left(H_x \frac{dH_x}{dx} + H_y \frac{dH_y}{dx} + H_z \frac{dH_z}{dx} \right) V. \quad (5.12)$$

Slično se dobija i za sile koje djeluju paralelno s y i z -osom

$$F_y = \mu_0(\chi_2 - \chi_1) \left(H_x \frac{dH_x}{dy} + H_y \frac{dH_y}{dy} + H_z \frac{dH_z}{dy} \right) V. \quad (5.13)$$

$$F_z = \mu_0(\chi_2 - \chi_1) \left(H_x \frac{dH_x}{dz} + H_y \frac{dH_y}{dz} + H_z \frac{dH_z}{dz} \right) V. \quad (5.14)$$

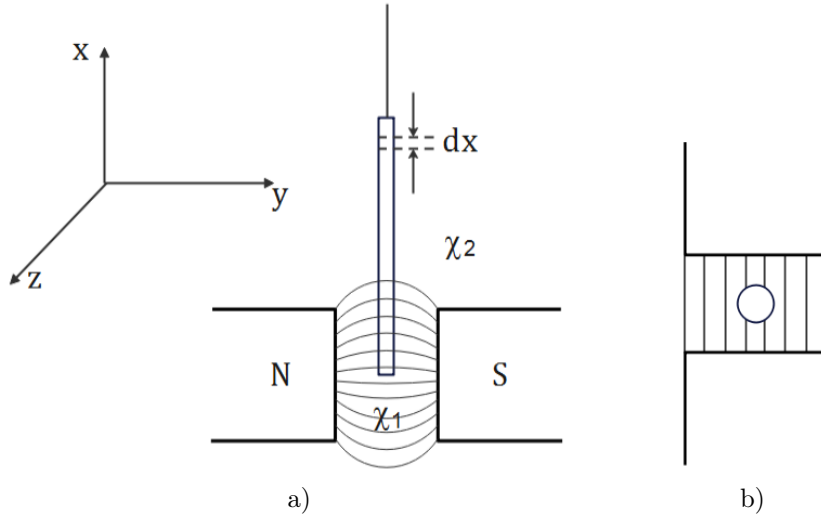
Iz gornjih jednačina slijedi da će pravac kretanja tijela, npr. duž x -ose, tj. u smjeru porasta i opadanja polja zavisiti od predznaka veličine $(\chi_2 - \chi_1)$. Ako je ta veličina pozitivna, tijelo će se kretati u pravcu porasta polja, tj. ponašaće se kao paramagnetik. S druge strane, ako je ta veličina negativna, tijelo će se ponašati kao dijamagnetik, iako je ono ustvari paramagnetik.

Iz jednačine (5.12), jasno je da će eksperimentalni uređaj biti jednostavniji i mjerenja povoljnija ako se dva od tri člana $\frac{dH_x}{dx}$, $\frac{dH_y}{dx}$, $\frac{dH_z}{dx}$ mogu zanemariti. U praksi se to i čini, ali potrebno je istaći da su male komponente gradijenta polja uvijek prisutne pa, iako se ne moraju uzeti u račun, one mogu prouzrokovati smetnje koje otežavaju izvođenje mjerenja.

5.1.3 Gouyeva metoda za određivanje magnetne susceptibilnosti

Jednostavnu metodu za određivanje magnetne susceptibilnosti slabih magneta predložio je francuski fizičar Louis Georges Gouy (1854–1926). Uzorak se vješa na jedan krak osjetljive vage tako da je jedan kraj uzorka u području jakog magnetnog polja, dok je drugi kraj u području zanemarljivog polja. Da bi se postiglo neuniformno magnetno polje koristi se uzorak u vidu šipke dovoljne dužine ili cijevi napunjene praškastim ili tekućim uzorkom. Kada se primijeni magnetno polje, mjeri se prividna promjena težine uzorka, a ta vrijednost se koristi za izračunavanje magnetne susceptibilnosti. Uzorak mora biti u obliku šipke jednakog presjeka ili u vidu rastvora ili sitnog praška stavljenog u staklenu cijev s ravnim dnom i jednakim presjekom. Uzorak se vješa na jedan krak osjetljive vage, tako da se donji kraj nalazi u blizini centra između polova elektromagneta, a gornji kraj se nalazi potpuno izvan polova kao što pokazuje slika 5.2. Donji kraj uzorka se nalazi u području jakog homogenog magnetnog polja H , a gornji u području mnogo slabijeg polja H_0 . Magnetna sila koja djeluje na element površine A i dužine dx uzorka je prema jednačini (5.12)

$$dF_x = \frac{\mu_0(\chi_2 - \chi_1)}{2} \frac{dH_y^2}{dx} A dx, \quad (5.15)$$



Slika 5.2. a) Šipka u magnetnom polju. b) Pogled na šipku odozgo.

gdje su, zbog simetrije eksperimentalne postavke, članovi H_x , H_z , $\frac{dH_x^2}{dx}$ i $\frac{dH_z^2}{dx}$ zanemareni u određivanju magnetne sile. Prema tome, ukupna sila koja djeluje na uzorak je

$$\frac{\mu_0(\chi_2 - \chi_1)}{2} A \int_{H_y=H_0}^{H_y=H} \frac{dH_y^2}{dx} dx = \frac{\mu_0(\chi_2 - \chi_1)}{2} A (H^2 - H_0^2). \quad (5.16)$$

Prilikom mjerenja uzorak se vaga kad magnet nije uključen, a zatim kad je uključen. Razlika u težini uzorka mg predstavlja silu kojom magnetno polje djeluje na tijelo. Ako je $H_0 < H$, H_0^2 se u jednačini (5.16) može zanemariti pa vrijedi

$$\frac{\mu_0(\chi_2 - \chi_1)}{2} AH^2 = mg. \quad (5.17)$$

Za mjerenja u vazduhu, može se zanemariti χ_1 u odnosu na χ_2 (za vazduh je kod normalnih uslova $\chi_1 = +3,6 \cdot 10^{-7}$) pa ako se χ_2 označi s χ slijedi

$$\frac{\mu_0\chi}{2} AH^2 = mg. \quad (5.18)$$

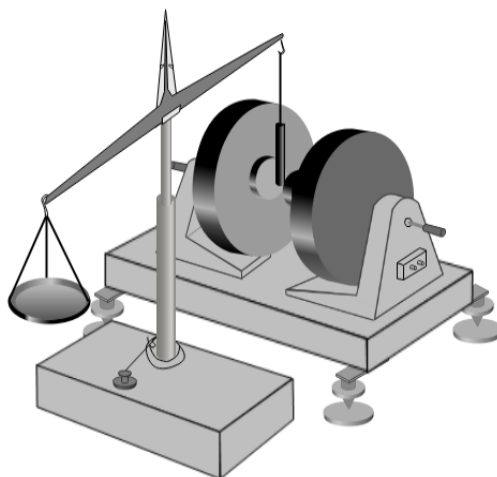
Zamjenjujući zapreminsku susceptibilnost χ specifičnom susceptibilnošću χ_s , tj. uzimajući da je $\chi = \chi_s \rho$, gdje je ρ gustoća uzorka, dobija se da je

$$\frac{\mu_0\chi_s M H^2}{2L} = mg, \quad (5.19)$$

gdje je M masa, a L dužina uzorka. Vaganjem uzorka bez prisustva magnetnog polja i s uključenim poljem, kao što je prikazano na slici 5.3, određuje se sila $F = mg$, pri čemu je m razlika mase tegova u dva pomenuta slučaja, a g je ubrzanje Zemljine teže. Prema tome, specifična susceptibilnost se određuje

relacijom:

$$\chi_s = \frac{2Lmg}{\mu_0 MH^2}. \quad (5.20)$$



Slika 5.3. Vaganje uzorka između polova elektromagneta.

5.2 Uređaj i metodika rada

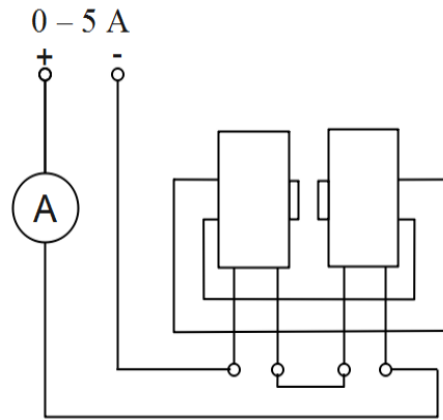
Za izvođenje eksperimenta je potrebno sljedeće:

- elektromagnet,
- Mohr-Westpalova vaga s jahačima,
- teslametar,
- Mohrova so,
- modra galica,
- mesingana šipka.

U ovom eksperimentu određuje se susceptibilnost čvrstih uzoraka čija dužina treba biti $L \approx 10$ cm. Uzorci mogu biti u vidu šipke, praškasti ili tečni.

Kalibracija elektromagneta

Prije početka mjerenja potrebno je kalibrisati elektromagnet čija je šema prikazana na slici 5.4. Elektromagnet se kalibriše tako što se kroz njega propuštaju različite vrijednosti struje u rasponu (0–5) A i pomoću teslametra se za svaku vrijednost struje očitava vrijednost magnetnog polja. Nakon toga se crta grafička zavisnost $B(I)$ što predstavlja kalibracionu krivu.



Slika 5.4. Šema elektromagneta.

Određivanje jačine magnetnog polja

Ako se upotrijebi paramagnetna supstanca dobro poznate susceptibilnosti, kao što je npr. Mohrova so - $FeSO_4 \cdot (NH_4)_2 \cdot 6H_2O$, onda ona može poslužiti za određivanje jačine magnetnog polja. Ako se specifična susceptibilnost, masa uzorka Mohrove soli i razlika tegova bez polja i s poljem za Mohrovu so označe sa χ_{s0} , M_0 i m_0 respektivno, onda iz jednačine (5.19) slijedi da je

$$H = \sqrt{\frac{2Lm_0g}{\mu_0 M_0 \chi_{s0}}}. \quad (5.21)$$

Za Mohrovu so specifična susceptibilnost iznosi $\chi_{s0} = 32,6 \cdot 10^{-6} \frac{cm^3}{g}$.

Određivanje susceptibilnosti praškastog uzorka

Mohrova so se može upotrijebiti za određivanje susceptibilnosti nepoznate supstance relativnom metodom. Uvrštavanjem izraza (5.21) u (5.20), specifična susceptibilnost nepoznate supstance je

$$\chi_s = \frac{mM_0}{m_0M} \chi_{s0}, \quad (5.22)$$

gdje je M_0 masa Mohrove soli, m_0 razlika masa tegova sa i bez magnetnog polja za Mohrovu so, M masa nepoznate supstance, a m razlika masa tegova za nepoznatu supstancu. Pošto se u jednačinama (5.21) i (5.22) pojavljuju samo omjeri masa, za mjerenje se mogu upotrijebiti jahači, pri čemu nije potrebno poznavati mase pojedinačnih jahača, odnosno može se koristiti Mohr-Westphalova ljestvica. Ako su uzorci praškasti, onda se tim prahom može puniti staklena cijev s ravnim dnom kod koje je donji kraj zataljen. Gornji kraj cijevi se zatvara pomoću plutanog čepa kroz koji prolazi aluminijska žica s kukom pomoću koje se cijev vješa na kraj poluge vage. Najprije treba vagu uravnotežiti s praznom cijevi, a zatim kada se vrše mjerenja, treba cijev napuniti prahom, ali svaki put

do iste visine. Kod svakog mjerenja vaga se uravnotežuje na uobičajeni način pomoću jahača i to najprije bez uključenog magnetnog polja, a zatim s poljem. Iz ovih mjerenja dobiju se veličine M_0 , m_0 , M i m . Pri tačnom određivanju razlika m_0 , odnosno m , potrebno je dodati korekciju Δm za paramagnetne tvari kako bi se uračunao prividni gubitak težine uzorka zbog dijamagnetizma staklene cijevi u koju se nalazi. Ova korekcija se utvrđuje vaganjem prazne cijevi bez prisutnosti magnetnog polja i u polju.

Određivanje susceptibilnosti mesingane šipke

U vježbi se koristi šipka dužine L i poprečnog presjeka A . Ukoliko dužina šipke i njen poprečni presjek nisu unaprijed poznati izmjeriti dužinu L i dijametar šipke d i izračunati $A = (\frac{d}{2})^2 \pi$. Za različite jačine struje (magnetnog polja) pomoću vage odrediti silu $F = mg$ kojom magnetno polje djeluje na šipku. Za ovaj zadatak se za uravnoteživanje vage mogu koristiti tegovi poznate mase. Grafički predstaviti zavisnost magnetnog polja F od B^2 , provući regresionu pravu i odrediti nagib prave. Koristeći jednačine (5.18) i (5.4) izračunati susceptibilnost mesinga, pri čemu je za zrak $\mu_r = 1$. Izračunati specifičnu susceptibilnost mesinga. Gustoća mesinga je $\rho = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

5.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Izvršiti kalibraciju elektromagneta pomoću teslametra.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju izvršiti kalibraciju magneta za različite vrijednosti struje I . Popuniti tabelu 5.1 (po potrebi dodati još redova). Nacrtati zavisnost B od I i provući regresionu pravu kroz eksperimentalne tačke.

I(A)	B(T)
...	

Tabela 5.1. Tabela za zadatak 1.

Zadatak 2. Vaganjem Mohrove soli, čija je susceptibilnost poznata, odrediti jačinu magnetnog polja kad kroz kaleme elektromagneta teče struja poznate jačine.

Okačiti praznu cijev na krak vage između polova elektromagneta. Uravnotežiti vagu s praznom cijevi, zatim napuniti cijev uzorkom Mohrove soli i uravnotežiti vagu bez polja, a zatim propuštajući struju od oko 4 A kroz elektromagnet (izvršiti tri mjerenja za tri različite vrijednosti struje) uravnotežiti vagu s poljem. Odatle će se dobiti mase m_1 , m_2 i m_3 respektivno. Popuniti tabelu 5.2 i koristeći jednačinu (5.21) izračunati B pri čemu je masa uzorka

Mohrove soli $M_0 = m_1 - m_2$, a masa razlike tegova bez polja i s poljem je $m_0 = m_2 - m_3$.

L (m)	m_1	m_2	m_3	I (A)	M_0	m_0	B (T)

Tabela 5.2. Tabela za zadatak 2.

Zadatak 3. Odrediti susceptibilnost bakarnog sulfata (modre galice) pri jačini struje kroz kaleme elektromagneta iz prethodnog zadatka.

Podatke za mase Mohrove soli M_0 i m_0 koristiti iz prethodnog zadatka. Ponoviti proceduru kao u prošlom zadatku koristeći bakarni sulfat i izvršiti mjerenja za tri različite vrijednosti struje (iste kao i za Mohrovu so). Popuniti tabelu 5.3. Koristeći jednačinu (5.22) izračunati specifičnu susceptibilnost bakarnog sulfata kao i srednju vrijednost.

L (m)	m_1	m_2	m_3	I (A)	M	m	χ_s ($\frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$)

Tabela 5.3. Tabela za zadatak 3.

Zadatak 4. Pomoću vage odrediti silu kojom magnetno polje djeluje na mesinganu šipku za nekoliko vrijednosti jačine magnetnog polja. Na grafiku prikazati zavisnost F od B^2 i iz nagiba pravca odrediti magnetnu susceptibilnost mesinga.

Okačiti mesinganu šipku između polova elektromagneta i propuštajući struju različite jačine I kroz elektromagnet, uravnotežiti vagu. Za svaku vrijednost struje očitati vrijednost magnetnog polja B iz kalibracione krive. Popuniti tabelu 5.4 (po potrebi dodati još redova). Nacrtati zavisnost F od B^2 i iz nagiba pravca odrediti susceptibilnost mesinga koristeći jednačinu (5.18). Odrediti specifičnu susceptibilnost mesinga.

m (g)	F (10^{-3}N)	I (A)	B (10^{-2}T)	B^2 (10^{-2}T^2)
....				

Tabela 5.4. Tabela za zadatak 4.

Vježba 6

Atomski spektri

Zadaci:

1. Odrediti konstantu difrakcione rešetke.
2. Odrediti vrijednosti talasnih dužina emisionog spektra žive.

6.1 Teorijski uvod

6.1.1 Atomski spektri

Atomski spektri predstavljaju elektromagnetno zračenje koje emituje ili apsorbira elektron prilikom prelaza između energetske nivoa unutar atoma. Ukoliko je izvor zračenja sa žarnom niti, tada zagrijani metalni filament emituje kontinuiran spektar. S druge strane, ako je svjetlost proizvedena električnim pražnjenjem gasa nekog elementa, dobija se karakteristični linijski spektar. Izučavanje linijskih spektara doprinijelo je razumijevanju strukture atoma. Zapaženo je da se ove linije ne javljaju bez reda, već su grupisane u serije. Spektralne serije pripadaju određenim područjima talasnih dužina, pa tako Lymanova serija pripada ultraljubičastom (UV) dijelu spektra atoma vodika, Balmerova vidljivom, itd. Švedski fizičar Johaness R. Rydberg (1854–1919) je talasne dužine emitovanih spektralnih linija svih serija atoma vodika, opisao samo jednom, Rydbergovom formulom

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (6.1)$$

gdje je R_H Rydbergova konstanta, a m i n su cijeli brojevi, pri čemu je ($n < m$). Ovdje prvi broj n određuje seriju pa je tako za Lymanovu seriju $n = 1$, za Balmerovu $n = 2$ itd. Klasična fizika ne može objasniti pojavljivanje linijskih spektara atoma i svi pokušaji u tom smislu završili su neuspjehom. Atomski spektar vodika (i njemu sličnih jona sa samo jednim elektronom) objasnio je Niels Bohr svojim modelom vodikovog atoma koristeći se idejom o postojanju fotona. Bohr je pretpostavio da se pojave u mikrosvijetu ne mogu razumjeti na osnovu zakona koji vrijede u makrosvijetu. Bohrove pretpostavke sadržane su u dva postulata:

1. Atom se nalazi u stacionarnim diskretnim stanjima pri čemu niti emituje niti apsorbira energiju. Stanje atoma je stacionarno ukoliko se elektron nalazi u takvoj orbiti u kojoj mu je moment impulsa L kvantiziran, tj.

$$L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi}, \quad (6.2)$$

gdje je m_e masa elektrona, v njegova brzina, r radijus orbite, n cijeli broj, a h je Planckova konstanta.

2. Atom apsorbira ili emituje energiju u vidu fotona energije $h\nu$, prilikom prelaza između stacionarnih stanja. Energija fotona određena je zakonom održanja energije

$$h\nu = E_m - E_n, \quad (6.3)$$

gdje je E_m energija višeg, a E_n energija nižeg stacionarnog stanja između kojih je izvršen prelaz.

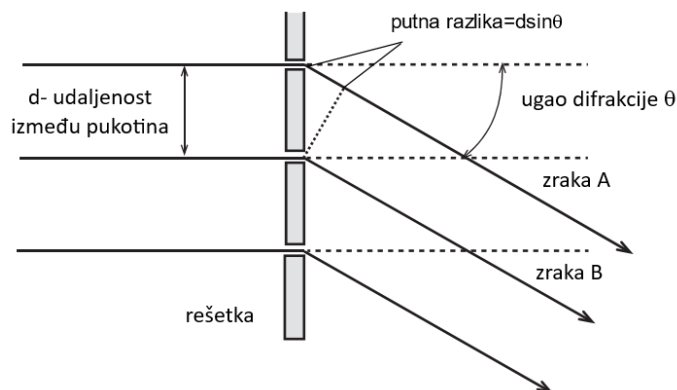
Svaka linija u spektru odgovara određenom prelazu elektrona između energetskih nivoa, a svaki atom ima samo njemu svojstven atomski spektar.

U cilju razdvajanja pojedinačnih spektralnih linija koristi se difrakciona mrežica. Difrakciona mrežica (rešetka) je koristan optički instrument koji se sastoji od velikog broja ekvidistantnih uskih pukotina poredanih jedna do druge. Svjetlosni talasi koji se šire oko pukotina interferiraju jedan s drugim te se na zaslonu dobija interferenciona slika. Prvu rešetku konstruisao je Joseph Fraunhofer (1787–1826) 1821. godine i ona se sastojala od velikog broja finih žica razapetih na okviru. Sad se rešetke prave pomoću različitih tehnika. Mehaničkim urezivanjem povlače se ekvidistantne linije na staklenoj ili metalnoj pločici pomoću dijamantnog noža. Linije se povlače na veoma maloj međusobnoj udaljenosti, a broj linija na rešetki je i do 50 000. Udaljenost između dvije susjedne linije (pukotine) je konstanta difrakcione rešetke d . Osim ove tehnike, danas se koristi i holografsko snimanje gdje se laserska zraka usmjerava na fotosenzitivnu površinu pri čemu se stvara interferencijski uzorak i dobiva visok optički kvalitet bez mehaničkih nepravilnosti. Još jedna tehnika je jetkanje pri čemu se na podlogu nanosi fotoosjetljivi sloj, te se nakon toga koristi lasersko ili UV osvjetljavanje za definisanje uzorka. Zatim se hemijskim procesom uklanjaju osvijetljeni dijelovi i formiraju pukotine. Ovaj postupak se koristi za aplikacije koje zahtijevaju ekstremnu tačnost.

Kod difrakcione rešetke se kombinuju pojave interferencije i difrakcije. To znači da svaka pukotina rešetke proizvodi difraktovani snop koji interferira s drugim difraktovanim snopovima dajući konačnu sliku. Konstruktivna interferencija će nastupiti tamo gdje je putna razlika talasa jednaka cijelom broju talasnih dužina

$$n\lambda = d \sin \theta, \quad (6.4)$$

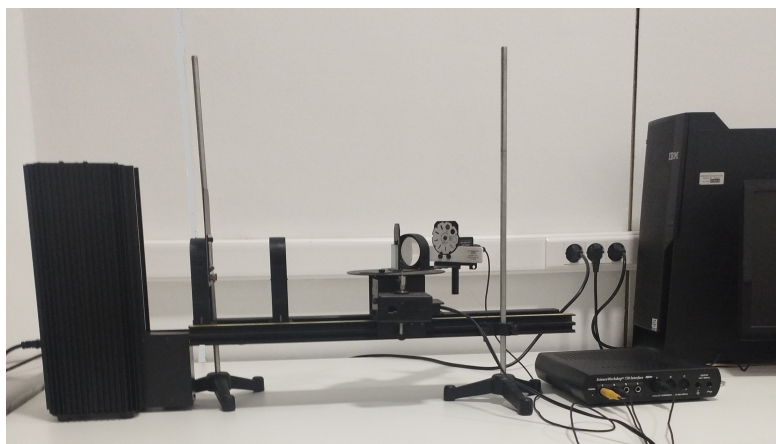
gdje je λ talasna dužina upotrebene svjetlosti, $n = 0, 1, 2, \dots$ je red difrakcije, d je konstanta rešetke, a θ je ugao difrakcije. Na slici 7.1 prikazana je putanja svjetlosnih zraka koje su prošle kroz difrakcionu rešetku. Odatle se vidi da je zraka A prešla duži put od zrake B.



Slika 6.1. Putanja zraka na rešetki.

6.2 Uređaj i metodika rada

Eksperimentalna postavka data je na slici 6.2.



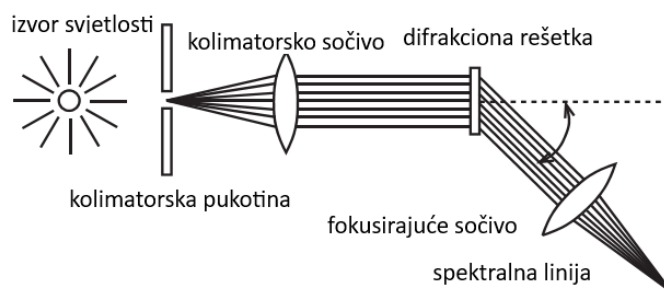
Slika 6.2. Izgled opreme za mjerenje atomskih spektara.

Za izradu eksperimenta koristi se spektrofotometrijski sistem (OS-8515) i spektrofotometrijska dodatna oprema (OS-8539) firme Pasco koja sadrži sljedeće elemente:

- živina (Hg) spektralna lampa,
- natrijeva (Na) spektralna lampa,
- optička klupa sa skalom (0–60 cm),
- senzor rotacionog kretanja i svjetlosni senzor,
- držač aperture,

- sto za spektrofotometar,
- rotirajuća ruka,
- kolimatori,
- sočivo za fokusiranje,
- difrakciona rešetka sa $600 \frac{\text{linija}}{\text{mm}}$,
- softver "Capstone",
- "Science Workshop 750" interfejs.

U ovom eksperimentu, skenira se spektar žive pomoću spektrofotometra koji mjeri relativni intenzitet svjetlosti u zavisnosti od ugla. Kolimatorska pukotina i sočivo stvaraju uzak snop paralelnih svjetlosnih zraka kao što je prikazano na slici 6.3.



Slika 6.3. Formiranje spektra pomoću spektrofotometra.

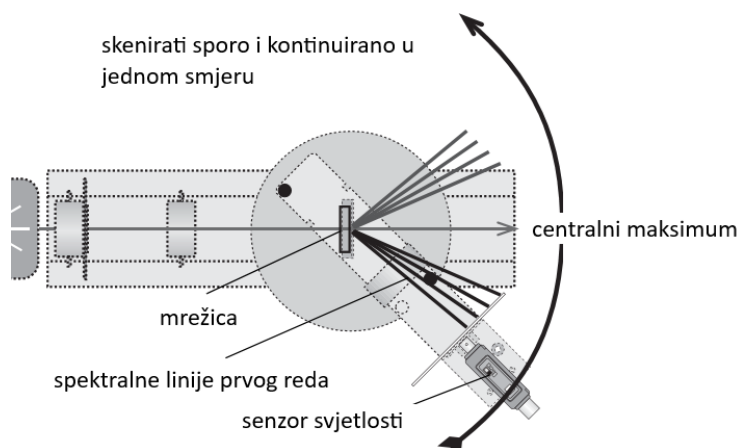
Difrakciona rešetka razdvaja snop svjetlosti u spektar, pri čemu se različite boje pojavljuju pod različitim uglovima, ali svjetlost iste boje ostaje u paralelnom snopu. Fokusirajuća sočiva zatim fokusiraju te paralelne snopove boja u jasne spektralne linije. Uski prorez na disku s otvorom (dio nosača otvora) omogućava da svjetlost jedne boje uđe u svjetlosni senzor visoke osjetljivosti. Svjetlosni senzor visoke osjetljivosti mjeri intenzitet svjetlosti, tj. koliko je jaka svjetlost određene boje koja prolazi kroz otvor. Senzor rotacionog kretanja bilježi ugao pod kojim je svjetlost difraktovana kroz rešetku. Iz dobijenog grafa u softveru, talasne dužine spektralnih linija se određuju mjerenjem ugla od centralnog maksimuma do svake linije. Posmatraju se linije prvog i drugog reda. Spektar natrija se koristi za određivanje konstante rešetke.

Za izradu eksperimenta, najprije je u softveru potrebno odabrati "Science Workshop 750" interfejs i senzore koji se koriste u vježbi.

Određivanje konstante rešetke

Rešetka ima približno 600 linija po milimetru. To bi značilo da je konstanta rešetke $d = 1666 \text{ nm}$. Međutim, za eksperimentalno tj. tačnije pronalaženje konstante rešetke potrebno je slijediti navedene korake:

1. Postaviti lampu natrija u predviđeno kućište pazeći pri tome da otvor na izvoru svjetlosti bude u istom nivou sa spektrofotometrom. Natrij je pogodan za određivanje konstante rešetke jer ima jednu karakterističnu žutu liniju. Ustvari radi se o dubletu tj. dvije veoma bliske linije čije su talasne dužine $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ i $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. Za proračun se uzima srednja talasna dužina ovog žutog dubleta tj. $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.
2. Ugasiti svjetlo i zamračiti prostoriju kako bi svjetlosni senzor bio zaštićen od parazitne svjetlosti koja bi poremetila mjerenja.
3. Kako bi se izvršilo snimanje spektra natrija, kontinuiranim, ali sporim pomjeranjem postolja postaviti svjetlosni senzor iza prvog maksimuma s jedne strane, te daljim okretanjem postolja proći kroz taj maksimum, zatim kroz centralni maksimum i na kraju kroz prvi maksimum s druge strane, kao što je prikazano na slici 6.4.



Slika 6.4. Postupak skeniranja proizvoljnog atomskog spektra.

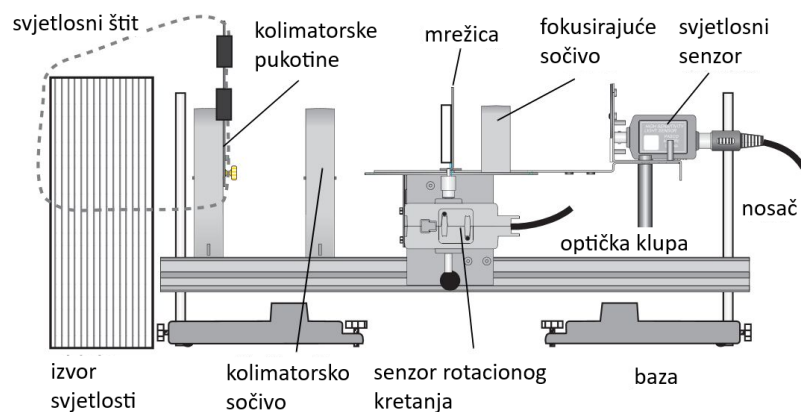
4. U softveru će se snimiti spektar u vidu grafa koji prikazuje zavisnost intenziteta linija snimljenog spektra od uglova. Odatle je potrebno očitati vrijednosti uglova θ_1 i θ_2 pomoću alata u programu. Ovi uglovi odgovaraju prvim maksimumima s jedne i druge strane centralnog maksimuma, respektivno. Ugao θ centralne linije dobija se iz jednačine

$$\theta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}. \quad (6.5)$$

5. Za određivanje konstante rešetke koristi se jednačina (6.4), pri čemu je $n = 1$, a ugao θ je dat jednačinom (6.5).

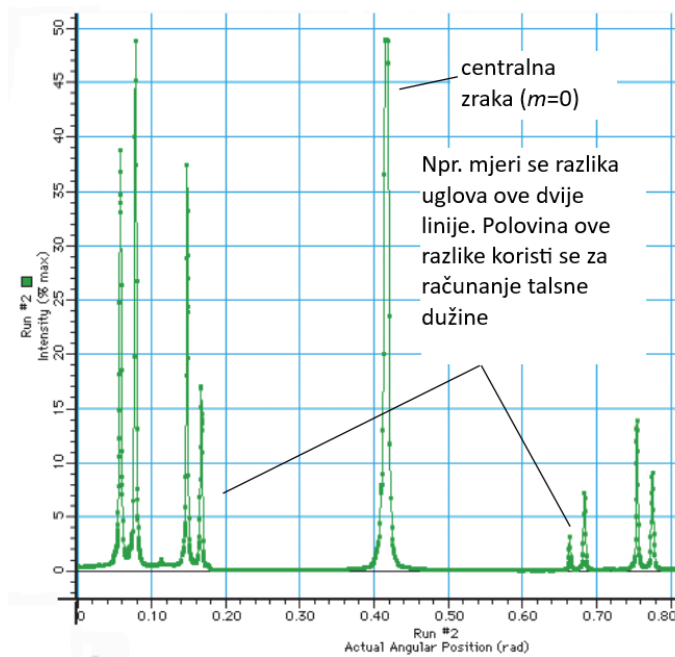
Određivanje vrijednosti talasnih dužina emisionog spektra žive

Šema eksperimenta prikazana je na slici 6.5.



Slika 6.5. Šema mjerenja emisionog spektra Hg.

1. Postaviti živinu lampu u predviđeno kućište. Živinu lampu je potrebno uključiti što je ranije moguće jer joj je potrebno do 20 minuta da se zagrije. U ovom dijelu vježbe koristi se živina lampa koja ima 7 karakterističnih linija u svom spektru.



Slika 6.6. Spektar Hg.

2. Na isti način kao što je snimljena linija natrija, snimiti linije živinog spektra. Ponovo snimati linije s jedne strane, proći kroz centar, te nastaviti sa snimanjem linija s druge strane.

3. Za svaku liniju u spektru, odrediti ugao θ na isti način kao i za natrij, očitavajući vrijednosti uglova θ_1 i θ_2 u softveru, kao što je prikazano na slici 6.6. Jedina razlika u odnosu na natrij je što će sad biti više linija (boja) u spektru.
4. Izračunati ugao θ za svaku liniju (boju) u spektru koristeći jednačinu (6.5), te uvrštavajući vrijednost θ i konstante rešetke d , odrediti talasnu dužinu svake linije iz jednačine (6.4). Tablične vrijednosti talasnih dužina žive date su u tabeli 6.1.

Boja	Talasna dužina (nm)
ljubičasta	405
plava	436
plavo-zelena	492
zeleno-žuta	546
žuta	577
narandžasta	623
crvena	691

Tabela 6.1. Talasne dužine žive.

Isti eksperiment se može ponoviti i s nekom drugom spektralnom lampom, npr. helija ili vodika.

6.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Odrediti konstantu difrakcione rešetke.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju, odrediti konstantu difrakcione rešetke i popuniti tabelu 6.2.

θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ (°)	d (nm)

Tabela 6.2. Tabela za zadatak 1.

Zadatak 2. Odrediti vrijednosti talasnih dužina emisionog spektra žive.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju, snimiti spektar žive i odrediti talasnu dužinu linija u spektru. Popuniti tabelu 6.3 (po potrebi dodati još redova).

Boja	θ_1 ($^\circ$)	θ_2 ($^\circ$)	θ ($^\circ$)	λ (nm)
...				

Tabela 6.3. Tabela za zadatak 2.

Vježba 7

Laueova difrakcija

Zadaci:

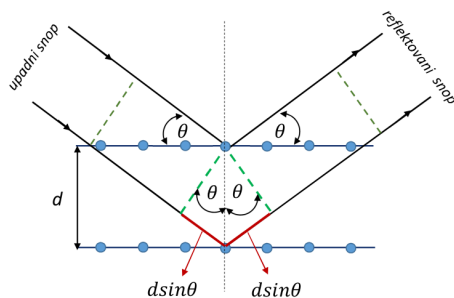
1. Na filmu napraviti fotografiju Laueove šare LiF monokristala.
2. Dodijeliti Laue refleksije ravninama rešetke kristala i na osnovu Millerovih indeksa protvrditi tip rešetke LiF monokristala.

7.1 Teorijski uvod

Difrakcija rendgenskih zraka na kristalu prikazana je na slici 7.1. Da bi rendgenske zrake nakon difrakcije konstruktivno interferirale, mora biti zadovoljen Braggov uslov difrakcije:

$$2d\sin\theta = n\lambda, \quad (7.1)$$

gdje je d rastojanje između ravnina, λ je upotrebljena talasna dužina, θ je ugao difrakcije, a n je cijeli broj, $n = 1, 2, \dots$



Slika 7.1. Difrakcija rendgenskih zraka na kristalu.

Da bi Braggov uslov difrakcije bio zadovoljen potrebno je mijenjati ili talasnu dužinu ili ugao difrakcije. Standardne metode difrakcije koje se koriste u strukturnoj analizi kristala su zamišljene tako da se ovo što bolje ostvari. Postoje tri metode koje se trenutno koriste u istraživanjima strukture kristala:

1. Laueova metoda,

2. metoda obrtnog kristala i
3. metoda kristalnog praha (Debye-Scherrerova metoda).

Kod metode obrtnog kristala monokristal se obrće oko nepomoćne ose i obasjava se monoenergetskim snopom rendgenskih zraka. Pri promjeni ugla difrakcije, ravnine kristala se dovode u položaj za refleksiju.

Kod metode kristalnog praha upadno monohromatsko zračenje pada na polikristalni prah. Pošto se prah sastoji od kristalita različite orijentacije, raspodjela orijentacija kristalita biće skoro kontinuirana.

Kod Laue-e metode, monokristal je nepomičan i izlaže se polihromatskom rendgenskom zračenju. Kristal reflektuje samo one zrake za koje d , λ i θ zadovoljavaju Braggov uslov. Ova metoda se najviše koristi za određivanje kristalne simetrije i orijentacije kristala. Također se koristi i za proučavanje stepena nesavršenosti kristala koji su izloženi mehaničkim i toplotnim uticajima. Između rendgenskog zračenja i monokristala postavlja se fotografski film na kojem se, nakon što se izvrši ekspozicija, može vidjeti tzv. Laue-ova šara. Slike koje se dobiju zovu se još i Laue-ovi dijagrami ili Laueogrami. Ovi dijagrami sastoje se od pravilne mreže tačaka pri čemu svaka tačka predstavlja određenu refleksiju. Potpuna analiza Laue-ovih dijagrama je jedino moguća za jednostavne kristalne strukture. Jedna od takvih jednostavnih kristalnih struktura je površinski centrirana kubna kristalna rešetke (FCC) koju ima monokristal litij fluorida (LiF). Kada se LiF monokristal obasja polihromatskim rendgenskim zračenjem, na fotografskom filmu dobija se karakteristična difrakciona šara za taj monokristal.

Za kubne kristale s konstantom rešetke a i udaljenošću između ravnina d_{hkl} vrijedi da je

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}. \quad (7.2)$$

gdje su h , k i l Millerovi indeksi. Ako je L udaljenost između refleksije (dobivene tačke) i centra Laue-ove šare, a D je udaljenost između filma i uzorka (vidjeti sliku 7.2), onda je upadni ugao θ_{exp} koji se određuje eksperimentalno dat sa

$$\theta_{exp} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{L}{D}\right), L = \sqrt{y^2 + z^2}, \quad (7.3)$$

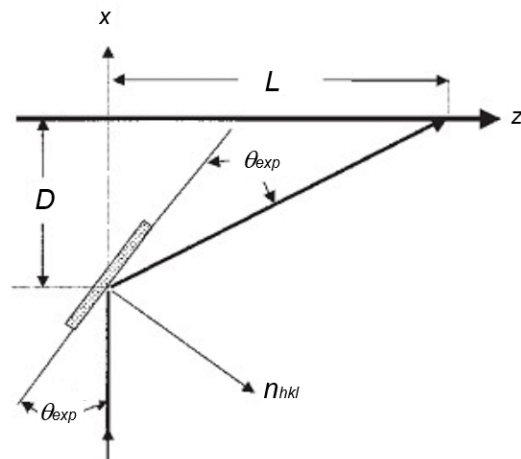
gdje su y i z udaljenosti od refleksije u sistemu pravougljih koordinata do ishodišta u centru Laue-ove šare. Ukoliko rendgenska zraka pada na kristalnu ravninu (hkl) duž određenog kristalografskog pravca $[h^*k^*l^*]$ (u ovom slučaju pravca $[100]$), onda je tzv. ugao incidencije (ugao upada) α između pravca upadne zrake $[h^*k^*l^*]$ i normale na kristalnu ravninu (hkl) tj. pravca $[hkl]$ ¹ (vidjeti sliku 7.3) dat skalarnim proizvodom ova dva vektora:

$$\cos \alpha = \frac{hh^* + kk^* + ll^*}{\sqrt{(h^2 + k^2 + l^2) \cdot ((h^*)^2 + (k^*)^2 + (l^*)^2)}}. \quad (7.4)$$

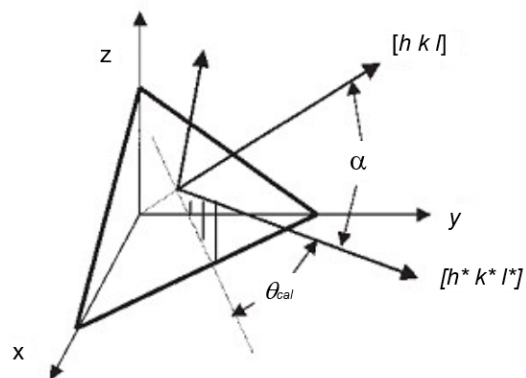
Onda vrijedi da je upadni ugao $\theta_{cal} = 90^\circ - \alpha$. Za $[h^*k^*l^*] = [100]$ iz jednačine (7.4) dobija se

$$\sin \theta_{cal} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}. \quad (7.5)$$

¹Kod kubnih kristala normala na ravninu (hkl) ima iste Millerove indekse $[hkl]$



Slika 7.2. Geometrija raspršenja za dobivanje Laue-ove šare. Osa y je u ravni filma i okomita je na ravan xz . Ovdje je n_{hkl} normala na ravninu (hkl) .



Slika 7.3. Refleksija na ravni rešetke proizvoljne orijentacije.

Ugao θ_{cal} se računa iz (7.5) za sve ravnine sa malim Millerovim indeksima h , k i l . Eksperimentalno se ugao θ_{exp} računa iz (7.3) iz snimljenih Laue-ovih dijagrama.

7.2 Uređaj i metodika rada

7.2.1 Snimanje Laue-ovih dijagrama na fotografskom filmu

U ovoj vježbi će se snimati Laue-ovi dijagrami LiF kristala na fotografskom filmu, iz kojih će se naknadnom obradom snimljenim Laue refleksijama dodijeliti odgovarajuće ravnine LiF kristala. Eksperimentalna komora je prikazana na slici 7.4. Za izradu eksperimenta je potrebno:

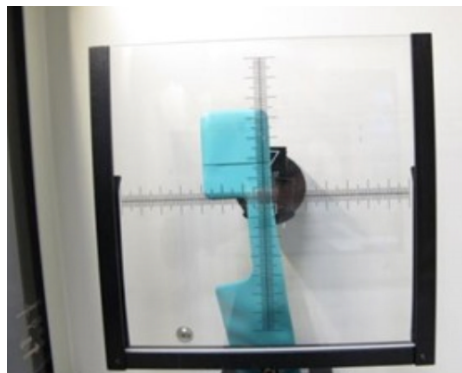


Slika 7.4. XR 4.0 rendgenska jedinica za mjerenja Laue-ovih dijagrama.

- XR 4.0 ekspert rendgenska jedinica, 35 kV,
- XR 4.0 bakarna (Cu) cijev,
- XR 4.0 set za strukturnu rendgensku analizu.

Procedura snimanje Laue-ovih dijagrama je sljedeća:

1. Prije početka eksperimenta potrebno je izvaditi goniometar iz komore rendgenskog uređaja.
2. Zatim treba ubaciti dijafragmu s aperturom 1 mm na izlazni otvor Cu cijevi i dodati držač kristala za dobivanje Laue šare. Instalirati LiF kristal sa svoja dva pina u držač tako da zaobljene strane držača kristala budu okrenute prema rendgenskoj cijevi.
3. Pozicionirati samo-razvijajući film na ekran ispred kristala, ali ne tačno u sredinu ekrana, nego napraviti određeni pomak po širini (kako je prikazano na slici 7.5) pošto je potrebna samo jedna četvrtina dijagrama za daljnji proračun.
4. Postaviti ekran s filmom na optičku klupu na udaljenosti $D = 1,5 - 2$ mm od kristala. Precizno određivanje ove udaljenosti je veoma važno za kasnije proračune. Površina filma treba biti paralelna površini kristala.



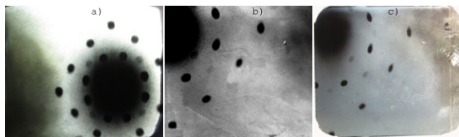
Slika 7.5. Samo-razvijajući film u zaštitnom omotaču montiran na ekran. Na gornjem kraju omotača je film, a na donjem kraju je tečnost za razvijanje i fiksator.

5. Za ekspoziciju filma je potrebno postaviti parametre rendgneske cijevi u softveru pod "X-ray parameters" i potvrditi unos pritiskom tipke "Enter". Rendgenska cijev se koristi pri maksimalnom naponu od $U_A = 35 \text{ kV}$ pri anodnoj struji od $I_A = 1 \text{ mA}$.
6. Izabrati vrijeme ekspozicije u softveru pod "Menu", zatim odabrati "Timer" i zatim trajanje snimanja pod "Duration". Vrijeme trajanja ekspozicije filma neka bude između 10 i 30 minuta. Unijeti odabrano vrijeme trajanja uz pomoć tipki sa strelicama. Nakon toga pritisnuti tipku "Enter".
7. Pojaviće se prozor "Mode" na ekranu. Odabrati "On" i potvrditi s "Enter".
8. Da bi se mjerenje pokrenulo potrebno je zatvoriti i zaključati klizna vrata i pritisnuti tipku "Start".

Nakon ovih koraka počinje izlaganje filma rendgenskom zračenju. Proces će se automatski zaustaviti nakon isteka zadanog vremena. Na displeju se može posmatrati preostalo vrijeme snimanja. Nakon završetka mjerenja potrebno je otvoriti rendgensku jedinicu i izvaditi zaštitni omotač s filmom. Procedura razvijanja filma je sljedeća:

- Obući zaštitne rukavice.
- U zaštitnom omotaču se na jednom kraju nalazi samo-razvijajući film, dok se na drugom kraju nalazi tečnost s razvijanjem i fiksatorom tako da nije potrebno koristiti tamnu komoru za razvijanje. Istisnuti tečnost s jednog kraja omotača na film na suprotnoj strani omotača. Automatski počinje razvijanje filma. Nastaviti istiskivati tečnost primjenjujući dobar pritisak i kliziti prstima skroz do kraja filma. Preporučuje se da razvijanje filma traje 2 minute. Pri tome treba paziti da se ne blokira srednji dio filma jer će u suprotnom slika imati mrlje zbog prisustva mjehurića zraka.

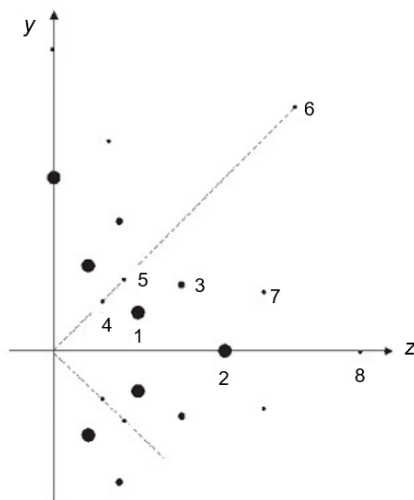
- Nakon završenog procesa razvijanja filma, okrenuti zaštitni omotač napako tako da film bude na vrhu i onda gurnuti ostatak tečnosti s filma na njeno originalno mjesto.
- Zatim otvoriti dio gdje se nalazi film, pincetom ga izvaditi iz omotača i odmah postaviti ispod mlaza vode. Veoma je važno držati razvijeni film ispod mlaza vode odmah nakon vađenja iz zaštitnog omotača da bi se izbjegla oksidacija filma.
- Nakon toga ostaviti film da se osuši na zraku. Nije ga potrebno sušiti krpom ili papirom.
- Oprati ruke.
- Nakon dobijanja slike, potrebno je sliku uvećati da bi se mogao izvršiti proračun. U tu svrhu sliku je potrebno skenirati i povećati je na računaru. U zavisnosti od vremena ekspozicije mogu se očekivati fotografije kao na slici 7.6.



Slika 7.6. Izgled filma nakon ekspozicije u trajanju od a) 30 minuta, b) 20 minuta i c) 12,5 minuta.

Dodjeljivanje refleksija ravninama rešetke kristala

Uočene difrakcione tačke (refleksije) se s odgovarajućim kristalnim ravninama povezuju kad je zadovoljen uslov: $k/l = y/z$, gdje su z i y koordinate refleksija, kako je prikazano na slici 7.7.



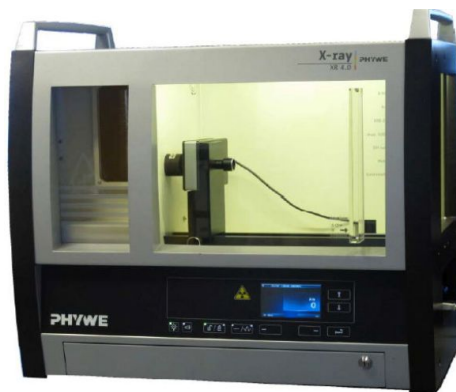
Slika 7.7. Šematski prikaz Laue-ovih refleksija.

Zbog simetrije kristala, proračun se može izvršiti samo za 1/8 dijagrama. Ostale refleksije se dobiju permutacijom indeksa i promjenom predznaka. Refleksije pod rednim brojevima 4. i 8. se veoma slabo vide na originalnoj fotografiji. Za njih je potrebna duža ekspozicija.

U skladu s Duane-Huntovim zakonom pomaka, minimalna talasna dužina kontinuiranog dijela spektra rendgenskog zračenja je $\lambda_{min} = 1,24 \cdot 10^{-6} / U_A$. Za ubrzavajući napon $U_A = 35 \text{ kV}$, dobija se da je $\lambda_{min} = 35,5 \text{ pm}$. Ovo znači da se dodjeljivanje refleksija ravninama rešetke vrši samo za X-zrake s $\lambda > 35,5 \text{ pm}$.

7.2.2 Digitalno snimanje Laue-ovih dijagrama

Laueovi dijagrami se alternativno mogu snimiti i digitalno, kada se umjesto filma koristi digitalni senzor rendgenskih zraka (XRIS) i odgovarajući softver "measureCT". Tada je eksperimentalna komora kao na slici 7.8.



Slika 7.8. Eksperimentalna komora za digitalno snimanje Laueove šare.

Kod digitalnog snimanja, fotoni X-zraka koji interagiraju s detektorom pretvaraju se u digitalni signal. Digitalni detektor sastoji se od rasterske mreže piksela. U pikselu koji odgovara mjestu interakcije fotona s detektorom, za svaku interakciju proizvodi se niz elektrona koji se pohranjuju u pikselu. Nakon određenog vremenskog intervala tj. "vremena ekspozicije", sadržaj elektrona u pikselu se mjeri njegovim pražnjenjem. Za isti intenzitet X-zraka, duže vrijeme ekspozicije rezultuje većim brojem elektrona. Svaki digitalni detektor ima ograničen kapacitet primanja elektrona. Kada se dostigne maksimum popunjenosti, dodatni elektroni se odbacuju jer je detektor zasićen. Zasićen detektor uzrokuje nedosljedna mjerenja i stoga ga treba izbjegavati.

Čak i bez uključenih X-zraka, detektor će generisati izlaznu vrijednost koja je različita od nule, a naziva se „tamna slika“ ili „offset“ (pomak, odstupanje). To se dešava iz nekoliko razloga, od kojih su glavni generisanje tamne struje elektrona i šum pri očitavanju. Kada se određuje intenzitet snopa I_0 , važno je oduzeti to odstupanje (I_D) od izmjerene vrijednosti ($I_{0,M}$):

$$I_0 = I_{0,M} - I_D. \quad (7.6)$$

Svaki digitalni detektor ima različit i promjenjiv "offset" te se tokom kalibracije ova odstupanja mjere i koriste u kasnijem snimanju.

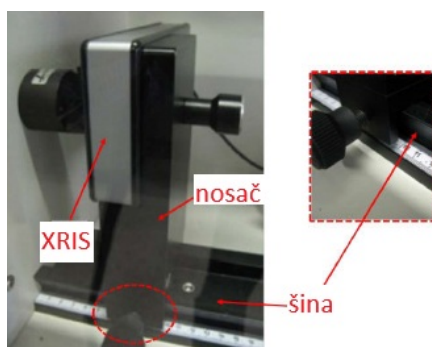
Mjerna procedura digitalnog snimanja Laue difrakcije je sljedeća:

1. Postaviti aperturu od 1 mm i držač kristala na dijafragmu (Slika 7.9).



Slika 7.9. Postavljanje aperture i držača kristala.

2. Pričvrsti digitalni detektor rendgenskih zraka (XRIS) na nosač i montirati ga na šinu unutar komore na udaljenost od 9 cm. Zadnja strana XRIS detektora odgovara njegovoj poziciji na šini (Slika 7.10).



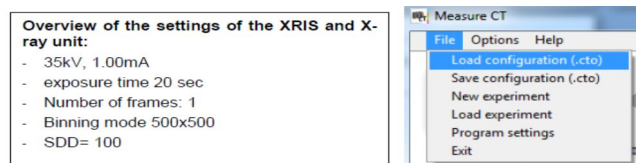
Slika 7.10. Postavljanje XRIS-a.

3. Povezati mjernu komoru putem USB kabla na USB ulaz računara (ispravan ulaz u komori označen je oznakom "PC"). Povezati USB kabl detektora s računarom.
4. Pokrenuti program "measureCT". Na ekranu će se pojaviti slike virtuelne rendgenska komore, rotacione platforme i detektora. Zelena LED lampica s lijeve strane svake komponente pokazuje da je njihovo prisustvo detektovano u softveru.
5. Visoki napon i struja u cijevi mogu se mijenjati ili u softveru ili ručno na stvarnoj komori. Klikom na sliku svake komponente prikazuju se dodatne informacije.

Nakon postavke eksperimenta slika odstupanja se snima na sljedeći način:

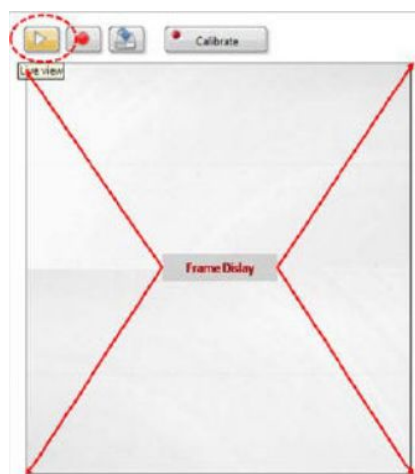
1. U softveru pokrenuti novi eksperiment, imenovati ga i unijeti svoje podatke. Alternativno, moguće je učitati ovaj eksperiment s unaprijed snimljenim slikama. Ispravna konfiguracija će se automatski učitati.

2. Podesiti XRIS postavke i postavke rendgenske jedinice ili učitati konfiguraciju iz unaprijed definisanog CTO fajla „Experiment 10“ (vidjeti sliku 7.11). **Ne kalibrisati XRIS!**



Slika 7.11. Postavke eksperimenta i učitavanje pohranjene konfiguracije.

3. Detektor se nalazi na poziciji od približno 9 cm, a dijafragma i nosač Laue kristala su instalirani. Aktivirati posmatranje u realnom vremenu tj. "Live view" (vidjeti sliku 7.12). Nakon aktiviranja "Live view", svaka nova slika s detektora se prikazuje, a malo zeleno svjetlo pored "XRIS live" indikatora treperi. Da bi se tamna struja detektora stabilizovala, potrebno je sačekati da se najmanje tri nove slike s detektora obnove (prikažu).



Slika 7.12. "Live view" opcija u softveru je zaokružena crvenom.

4. Za spašavanje dobijene slike, prekinuti "Live view". Prilikom snimanja sljedeće slike, postaju dostupna dugmad za obradu slike ("Image processing"). Kliknuti na "Save image" uz mogućnost pohrane u četiri formata (tiff, png, jpg i bmp). Spasiti sliku u tiff formatu pod imenom "DI1". Ovo je "offset"- slika odstupanja.

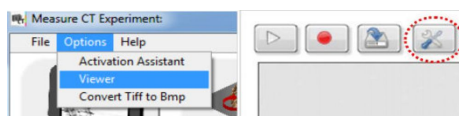
Procedura snimanja Laue difrakcije pomoću digitalnog detektora je sljedeća:

1. Pažljivo postaviti LiF kristal na nosač, a XRIS ostaviti na udaljenosti od 9 cm.
2. Uključiti rendgenske zrake, aktivirati „Live View“ (ponovo ne kalibrisati senzor) i sačekati dok se ne prikažu najmanje tri slike.

3. Zaustaviti „Live View“ i snimiti sliku pod nazivom "Laue1". Već se može vidjeti Laueov difrakcioni obrazac.

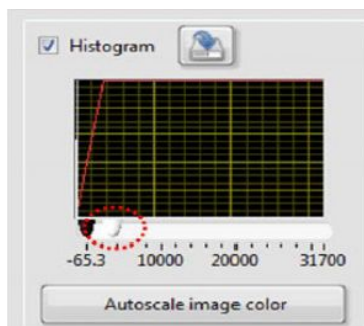
Nakon snimanja, obrada slike je sljedeća:

1. Otvoriti "Image Viewer" (Slika 7.13).



Slika 7.13. Otvaranje "Image Viewer-a".

2. Za obradu slika izabrati "Image" i "Select Image path" (ako je eksperiment pokrenut prije snimanja slika, pravi folder će se automatski otvoriti). Dupliciranjem klikom na "DI1" s liste, postaviti ovu sliku kao "offset" klikom na "Set as offset" i odabrati "Normalize". Ovo znači da će svaka nova slika koja bude odabrana s liste od sad biti umanjena za vrijednost "offseta", prema jednačini (7.6). Odabrati sliku "Laue1" s liste. Prikazana slika je sad "Laue1" umanjena za "DI1". Autoskalirati histogram prikazane slike klikom na "Autoscale image color".
3. Podesiti gornju ručicu kontrasta ulijevo (Slika 7.14) dok Laueova šara ne postane vidljiva.

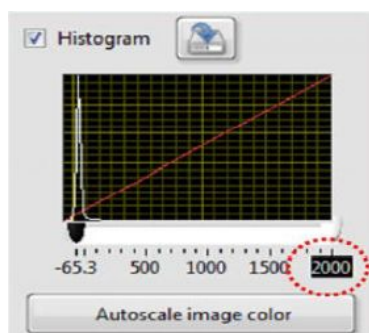


Slika 7.14. Podešavanje kontrasta.

Slika se sastoji od tri dijela:

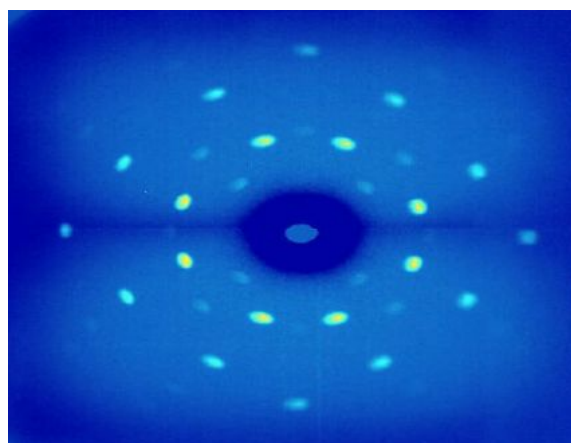
- Direktnog snopa koji je kolimisan pomoću kolimatora od 1 mm. Ovaj dio slike daje svijetlu tačku u sredini detektora. Pošto je veliki broj fotona interagirao s detektorom, direktni snop je zasitio detektor.
- Laueovih tačaka koje su nastale interakcijom direktnog snopa s kristalom. Samo mali broj fotona se difraktovao i zato se tačke sastoje od malog broja impulsa.
- Najveći dio detektora nije detektovao nijedan foton.

4. Za dalju optimizaciju kvalitete slike, mora se dodatno podesiti kontrast. Pomoću alata za automatsko skaliranje "auto scale", prikazuje se cijeli raspon sivih vrijednosti spašenih slika (0 – 30000). Podešavanjem ručica kontrasta može se fokusirati samo na tačke. Budući da je u tim tačkama registrovan vrlo mali broj impulsa ("count-ova"), donja i gornja ručica kontrasta moraju biti pomaknute skroz ulijevo ili udesno na histogramu. Moguće je ručno promijeniti gornju vrijednost histograma (Slika 7.15) tako što se upiše nova gornja vrijednost (npr. 2000). Spasiti dobijenu sliku.



Slika 7.15. Podešavanje gornjeg nivoa kontrasta na manju vrijednost.

Da bi se optimizovao kvalitet slike, ponoviti eksperiment s različitim vremenima ekspozicije i brojem frame-ova ili promijeni napon (kV postavke). Za svaku promjenu postavki potrebno je ponovo snimiti i sačuvati nove "offset" i Laue slike. Primjer Laueovog dijagrama za LiF (100) monokristal s fcc rešetkom prikazan je na slici 7.16. Kad se slika rotira za 90° oko pravca primarnog snopa ponovo će se poklapati sa samom sobom, jer primarni snop pada okomito na (100) ravan kristala pa je pravac [100] četverostruka osa simetrije, a intenzitet refleksija zavisi i od reflektujuće kristalne površine i od spektralne raspodjele intenziteta rendgenskih zraka. Dodjeljivanje refleksija ravninama rešetke se vrši na isti način kao i kod snimanja na fotografskom filmu.



Slika 7.16. Laue difrakcija na LiF (100) kristalu.

Napomena

Da bi relativna greška pri određivanju udaljenosti između refleksija bila što manja, sliku treba uvećati na računaru i tako uvećanu odštampati. Da bi se zasjenila tačka primarnog snopa na Laueovoj slici, koja ponekad stvara artefakte na digitalnoj slici, korisno je upotrijebiti tzv. "beam stop" odnosno fizičku barijeru koja blokira primarni snop. Ovo je potrebno jer je primarni snop mnogo intenzivniji od difraktovanih zraka i može izazvati zasićenje ili čak fizičko oštećenje detektora. Osim toga, blokiranje primarnog snopa omogućava preciznije snimanje difrakcionih tačaka, što je ključno za određivanje kristalne strukture. U praksi, ovo znači da je potrebno postaviti (zalijepiti) mali komad metala (dijametra oko 3 mm) na traku i postaviti ga ispred senzora tačno u sredinu aktivnog područja. Položaj se optimizira snimanjem slika (vrijeme ekspozicije oko 1 s) i provjerom u „Live view“ da li je primarni snop potpuno prekriven komadom metala.

7.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Na filmu napraviti fotografiju Laueove šare LiF monokristala.

Koristeći proceduru koja je opisana u prethodnom potpoglavlju snimiti Laueove dijagrame LiF kristala na filmu. Alternativno, snimanje izvršiti uz pomoć digitalnog detektora.

Zadatak 2. Dodijeliti Laue refleksije ravninama rešetke kristala i na osnovu Millerovih indeksa potvrditi tip rešetke LiF monokristala.

Upadni ugao θ_{cal} računa se iz jednačine (7.5) za sve ravnine s malim Millerovim indeksima. Ugao θ_{exp} računa se iz jednačine (7.3) na osnovu dobijenog dijagrama. Prilikom proračuna treba popuniti tabelu 7.1. Iz proračuna odrediti o kojem tipu rešetke se radi na osnovu dobijenih vrijednosti Millerovih indeksa.

broj refleksije	y (mm)	z (mm)	L (mm)	θ_{exp} (°)	hkl	θ_{cal} (°)	$\frac{k}{l}$	$\frac{y}{z}$	d (pm)	λ (pm)
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										

Tabela 7.1. Tabela za zadatak 2.

Vježba 8

Rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF)-određivanje debljine sloja

Zadaci:

1. Izmjeriti spektre fluorescencije Fe supstrata mijenjajući broj slojeva Al folije na njemu. Odrediti intenzitet Fe K_{α} fluorescente linije. Nacrtati zavisnost intenziteta K_{α} linije od broja slojeva Al folije u linearnoj i polu-logaritamskoj skali.
2. Odrediti intenzitet fluorescentne linije za različit broj komada Al folije koji su pričvršćeni ispred izlaza cijevi energetskog detektora. Izračunati debljinu Al folije.
3. Ponoviti mjerenja za Cu foliju na Mo ili Zn supstratu.

8.1 Teorijski uvod

U fizici se pod pojmom "sloj" ili "prevlaka" podrazumijeva materijal koji je prevučen preko neko drugog materijala koji se naziva podloga (supstrat). Materijali se najčešće prevlače različitim slojevima da bi se postiglo poboljšanje određenih svojstava, npr. otpornost prema koroziji, abraziji, djelovanju svjetlosti, razaranju biološkim faktorima i sl.

Rendgenska fluorescentna spektroskopija (XRF) pogodna je za beskontaktno i nedestruktivno određivanje njihovog hemijskog sastava i debljine. Ova tehnika radi na principu interakcije rendgenskog zračenja s materijom. Rendgenske zrake prolaskom kroz materiju vrše jonizaciju izbacivanjem elektrona iz unutrašnjih ljuski atoma. Povratkom u stabilno stanje atomi emituju sekundarne zrake. Svaki hemijski element emituje samo njemu karakteristične X-zrake (fluorescentno zračenje), pa se na osnovu toga može izvršiti njegova identifikacija.

Dvije glavne XRF metode za određivanje debljine slojeva su mjerenje intenziteta fluorescencije samog sloja i mjerenje slabljenja intenziteta fluorescencije podloge.

Mjerenje fluorescencije samog sloja pogodno je za deblje slojeve (iznad nekoliko μm) koji sadrže elemente s jakim karakterističnim linijama. Mjerenja se vrše u režimu povratnog raspršenja (backscattering) pri čemu se detektuje fluorescentno zračenje nanesenog sloja koje je stimulirano primarnim zračenjem. U ovom slučaju, osim slabljenja primarnog i fluorescentnog zračenja u sloju, moraju se uzeti u obzir i brojni drugi faktori koje je djelimično teško kvantifikovati, kao npr. koherentno-nehomogeno raspršenje, fluorescencijski prinos, geometrijski faktori i efekti matrice. Zbog toga se, za ove vrste mjerenja u praktičnim primjenama, koriste kompjuterski potpomognute metode evaluacije. U tom slučaju, u softver se pohranjuju kalibrisane standardne funkcije za svaki mjerni problem. Intenzitet fluorescencije raste gotovo linearno s debljinom sve do određene granice zasićenja.

S druge strane, primarno zračenje neće značajno oslabiti prolaskom kroz dovoljno tanak sloj (do nekoliko μm). Ono će prodrijeti do određene dubine u zavisnosti od debljine sloja i pobuditi podlogu da emituje karakteristično fluorescentno zračenje. Na svom putu do detektora, fluorescentno zračenje podloge slabi samo usljed djelimične apsorpcije u gornjem sloju u zavisnosti od njegove debljine. Slabljenje intenziteta fluorescentnog zračenja je proporcionalno debljini sloja te se mjerenjem intenziteta karakterističnih X-zraka može odrediti debljina sloja. Ako je I_{F_0} intenzitet fluorescencije čiste podloge, tada za intenzitet fluorescencije I_{F_x} koja prolazi kroz gornji sloj debljine x važi

$$I_{F_x} = I_{F_0} e^{-\mu_1 x}, \quad (8.1)$$

gdje je μ_1 linearni koeficijent slabljenja koji zavisi od energije zračenja i od gustine ρ apsorbirajućeg elementa. Ovaj zakon je poznat pod nazivom Beer-Lambertov zakon. Da bi se izbjegla zavisnost od gustine apsorbirajućeg elementa koristi se tzv. maseni koeficijent apsorpcije μ^1 koji zavisi od energije zračenja i od atomskog broja apsorbirajućeg elementa

$$\mu = \frac{\mu_1}{\rho}, \quad (8.2)$$

pa se onda jednačina (8.1) svodi na

$$I_{F_x} = I_{F_0} e^{-\mu \rho x}. \quad (8.3)$$

8.2 Uređaj i metodika rada

Eksperimentalna postavka za izvođenje ove vježbe data je na slici 8.1. Za izradu eksperimenta je potrebno:

- XR 4.0 rendgenska jedinica, 35 kV,
- goniometar,

¹Maseni koeficijenti slabljenja hemijskih elemenata u zavisnosti od energije X zraka, kao i njihove gustoće mogu se pronaći na linku Nacionalnog instituta za standarde i tehnologiju: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html>

- bakarna (Cu) cijev,
- molibdenska (Mo) cijev,
- energetski detektor X-zraka (XRED),
- multikanalni analizator (MCA),
- držač kristala,
- set metalnih uzoraka,
- aluminijska (Al) i/ili bakarna (Cu) folija,
- aperture od 1 mm i od 2 mm.



Slika 8.1. Eksperimentalna postavka XRF mjerenja.

U ovoj vježbi je eksperimentalna postavka, procedura spajanja i kalibracija multikanalnog analizatora ista kao u vježbi 4 te je potrebno primijeniti isti postupak. Kalibracija se vrši korištenjem Cu cijevi i aperture od 1 mm, dok se snimanje spektara vrši korištenjem Mo cijevi i aperture od 2 mm.

Nakon kalibracije potrebno je izvršiti pripremu uzoraka folije na sljedeći način:

1. Makazama izrezati komade Al folije za domaćinstvo veličine otprilike 1 x 2 cm. Prije nego što se učvrste u univerzalni držač kristala, izravnati ih vrhom prsta.
2. Pripremiti komade Cu folije na isti način.

Snimanje spektra se vrši na sljedeći način:

1. Umetnuti Mo cijev s aperturom od 2 mm.
2. Dovedi blok goniometra i detektor u njihove krajnje položaje na lijevoj strani. Postaviti detektor u položaj od 90° u režimu sprežanja (coupling mode) 1:2.

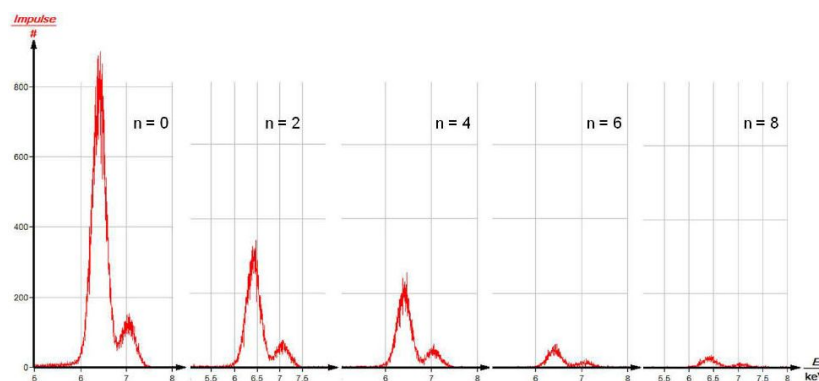
3. Umetnuti uzorak željeza (Fe) pomoću univerzalnog držača kristala (uzorak pod uglom od 45°).
4. Radni podaci za Mo cijev: podesiti napon anode (35 kV) i struju anode tako da brzina brojanja bude 200 c/s; vrijeme mjerenja je 10 minuta (koristiti tajmer rendgenske jedinice).
5. Učvrstiti komade Al folije jedan za drugim u držač kristala iznad uzorka Fe. Snimiti spektar za svaki novi sloj folije.
6. Koristiti molibden (Mo) ili cink (Zn) kao supstrate za određivanje debljine Cu folije.

Obrada dobivenih krivih u softveru se vrši na sljedeći način:

1. Da bi se odredila energija linije, prebaciti se s "Bar display" na prikaz "Curve display". To se radi klikom na "Display options", a zatim na "Interpolation and straight lines".
2. Proširiti odgovarajući dio linije pomoću funkcije zumiranja (koristeći ikonicu povećala).
3. Zatim ići na dio za obradu krivulje "Curve section". Otvoriti prozor "Function fitting". Nakon toga odabrati "Scaled normal distribution" i potvrditi.
4. Pronaći centar linije normalne distribucije pomoću opcije "Peak analysis" ili ga odrediti funkcijom "Survey".

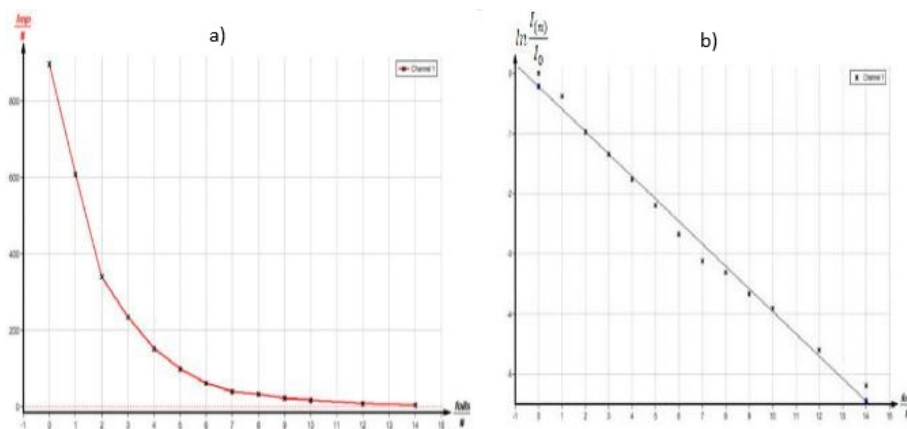
Određivanje debljine Al folije

Na slici 8.2 prikazano je opadanje intenziteta karakterističnog fluorescentnog zračenja Fe supstrata sa povećanjem broja slojeva Al folije iste debljine d . Energija karakterističnog fluorescentnog zračenja Al slojeva ($E_{Al} K_\alpha \approx 1,5 \text{ keV}$) je ispod limita osjetljivosti poluprovodničkog detektora pa se ne može registrovati.



Slika 8.2. Spektar fluorescencije Fe za različit broj slojeva Al folije.

Slika 8.3 a) prikazuje eksponencijalno smanjenje intenziteta zračenja u zavisnosti od broja komada aluminijske folije koji su postavljeni na supstrat Fe, a



Slika 8.3. a) Intenzitet linije fluorescencije u zavisnosti od broja komada Al folije. b) Normalizirani intenzitet linije fluorescencije u zavisnosti od broja komada Al folije u polu-logaritamskoj skali.

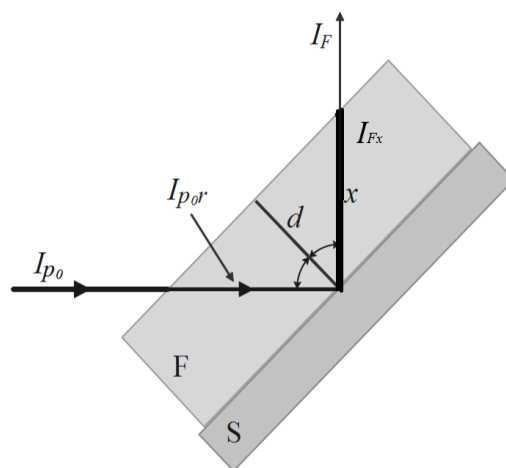
slika 8.3 b) normalizirani intenzitet zračenja u polu-logaritamskom prikazu.

Za određivanje debljine folije d u obzir se mora uzeti sljedeće:

1. Fluorescentno zračenje supstrata se mjeri pod uglom od 45° u odnosu na normalu na površinu supstrata (slika 8.4). Prema tome, debljina apsorpcije sloja x je

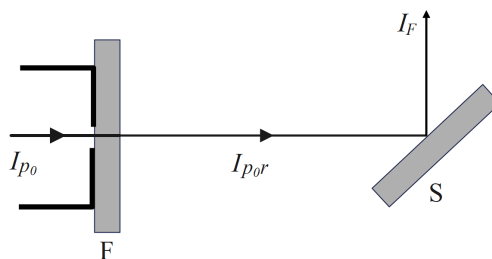
$$x = d \cdot \sqrt{2}, \quad (8.4)$$

gdje je d debljina folije.



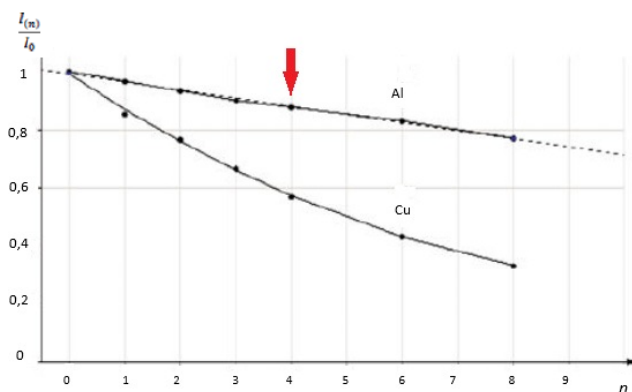
Slika 8.4. Šematski prikaz supstrata S sa folijom F gdje je I_{p_0} intenzitet primarne zrake, $I_{p_{0r}}$ oslabljeni intenzitet primarne zrake zbog apsorpcije u foliji, I_{F_x} je intenzitet fluorescencije podloge, a I_F je izmjereni intenzitet fluorescencije podloge nakon prolaska kroz foliju.

2. Intenzitet fluorescentnog zračenja I_F proporcionalan je intenzitetu primarnog snopa I_{p_0} . Međutim, pošto se primarni snop apsorbira prolaskom kroz foliju, za proračun se mora koristiti intenzitet primarnog snopa umanjeno za apsorpciju I_{p_0r} . Da bi se odredilo slabljenje primarnog snopa prolaskom kroz foliju, različit broj komada folije učvršćuje se ispred izlaza cijevi pomoću ljepljive trake (vidjeti sliku 8.5).



Slika 8.5. Šematski prikaz određivanja slabljenja primarnog snopa gdje je S supstrat, F je folija postavljena ispred cijevi, I_{p_0} i I_{p_0r} su intenziteti primarne zrake prije i nakon apsorpcije u foliji respektivno i I_F je intenzitet fluorescencije supstrata.

Za određivanje slabljenja intenziteta primarnog snopa koriste se normalizirane krive kao na slici 8.6 (uvažavajući faktor $\sqrt{2}$) koje su snimljene uz pomoć Fe K_α linije.



Slika 8.6. Slabljenje primarnog snopa u zavisnosti od broja komada folije n . Strelicom je označena izmjerena vrijednost za $n = 4$ za Al foliju. Mjerenja su izvršena uz pomoć K_α linije Fe.

Kao što je prikazano na slici 8.6, intenzitet primarnog snopa oslabljen apsorpcijom zbog prolaska kroz četiri komada Al folije (debljina apsorpcije je $x = 4d \cdot \sqrt{2}$) iznosi $I_{p_0r} = 0,87I_{p_0}$. Intenzitet fluorescencije podloge će prolaskom kroz foliju biti oslabljen za isti faktor pa prema tome, treba uzeti da je $I_{F_x} = \frac{I_F}{0,87}$, gdje je I_F izmjereni intenzitet fluorescencije podloge. Za određivanje debljine Al folije pomoću jednačine (8.3), procijenjene vrijednosti, dobijene pomoću Fe K_α linije, prikazane su u tabeli 8.1.

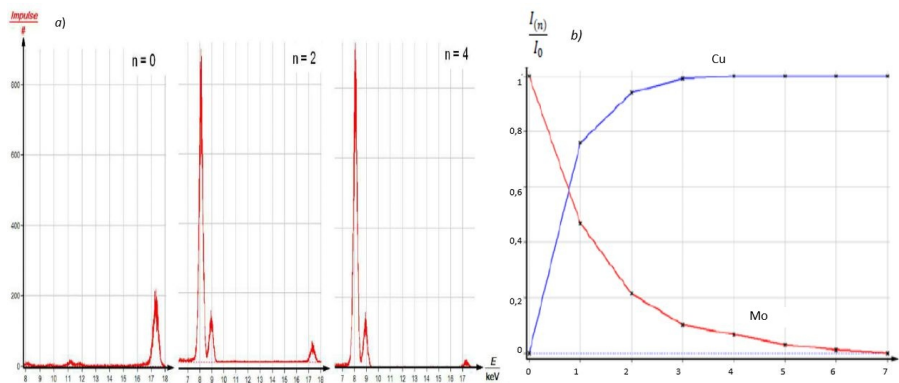
A	B	C	D	E	F
n	I_F (br. impulsa)	$I_{p0r}\sqrt{2}/I_{p0}(0)$	I_{Fx} (br. impulsa)	$x = nd\sqrt{2}$ (μm)	$d = x/(n\sqrt{2})$ (μm)
0	742	1			
1	459	0,97	473	18,0	12,7
2	286	0,93	308	35,1	12,4
3	178	0,90	198	52,7	12,4
4	103	0,87	118	73,4	13,0
5	64	0,84	76	90,9	12,9
6	41	0,80	51	106,9	12,6
7	24	0,77	31	126,7	12,8

Tabela 8.1. Određivanje debljine Al folije za različit broj komada folije n .

Intenzitet pozadine je već oduzet od intenziteta pikova koji su prikazani u koloni B. Kolona E prikazuje efektivnu debljinu $x = nd \cdot \sqrt{2}$ za n komada Al folije postavljenih na supstrat. Važno je uzeti u obzir da se Fe-fluorescentno zračenje mjeri pod uglom od 45° u odnosu na normalu površine detektora (vidjeti sliku 8.4). Drugim riječima, podaci u tabeli već su korigovani za pozadinu, a geometrija mjerenja (ugao detekcije) mora se uključiti u proračune jer utiče na efektivnu putanju koju zračenje prelazi kroz materijal. Kolona F u tabeli prikazuje vrijednosti debljine pojedinačnog komada folije. Kada se izračuna srednja vrijednost svih podataka iz kolone F, dobija se prosječna debljina folije. Rezultat mjerenja pokazuje da je debljina Al folije oko $12,7 \mu\text{m}$, što se praktično poklapa s vrijednošću koju je naveo proizvođač na pakovanju ($13 \mu\text{m}$).

Određivanje debljine Cu folije

Slika 8.7a) prikazuje fluorescentne spektre Mo podloge na koju su postavljeni slojevi Cu folije (signal koji dolazi od Cu folije se može registrovati, što nije bio slučaj za Al foliju).



Slika 8.7. a) Mo i Cu fluorescentne linije u funkciji od broja komada Cu folije n koje su postavljene na supstrat. b) Intenzitet K fluorescentnih linija za Mo i Cu u funkciji od broja komada Cu folije n postavljenih na supstrat.

I ovdje se mjerenje vrši na isti način kao i za Al foliju. Slika 8.7 b) prikazuje

normalizirani intenzitet K_α linija Mo i Cu u zavisnosti od broja komada Cu folija. Nakon 6 do 7 slojeva Cu folije već je postignuta debljina zasićenja. U tabli 8.2 prikazane su procijenjene vrijednosti intenziteta fluorescencije snimljenih spektara iz kojih je određena debljina Cu folije. Srednja vrijednost debljine bakrene folije iznosi $7,8 \mu\text{m}$ (vrijednost koju navodi proizvođač je $7,6 \mu\text{m}$). Vrijednosti debljine (kolona G) imaju tendenciju pada sa povećanjem broja komada folije n . To ukazuje na činjenicu da se metoda direktnog određivanja debljine može primijeniti samo u ograničenoj mjeri.

A	B	C	D	E	F	G
	Cu K_α	Mo K_α		Mo K_α		
n	I_F (br. impulsa)	I_F (br. impulsa)	$\frac{I_{p0r}\sqrt{2}}{I_{p0}(0)}$	I_{Fx} (br. impulsa)	$x = nd\sqrt{2}$ (μm)	$d = \frac{x}{n\sqrt{2}}$ (μm)
0	0	330				
1	1202	155	0,83	187	12,8	9,0
2	1455	76	0,68	112	24,3	8,6
3	1546	40	0,56	71	34,5	8,1
4	1576	21	0,46	46	44,2	7,8
5	1569	15	0,38	40	47,4	6,7
6	1579	8	0,31	26	57,1	6,7

Tabela 8.2. Određivanje debljine Cu folije za različit broj komada folije n .

8.3 Praktičan rad

Zadatak 1. Izmjeriti spektre fluorescencije Fe supstrata mijenjajući broj slojeva Al folije na njemu. Odrediti intenzitet Fe K_α fluorescentne linije. Nacrtati zavisnost intenziteta K_α linije od broja slojeva Al folije u linearnoj i polu-logaritamskoj skali.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju, mijenjajući broj komada Al folije n na supstratu, izmjeriti intenzitet fluorescencije. Popuniti tabelu 8.3. Prikazati grafički zavisnost I_F od n u linearnoj i polu-logaritamskoj skali.

n	I_F (br. impulsa)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
...	

Tabela 8.3. Tabela za zadatak 1.

Zadatak 2. Odrediti intenzitet fluorescentne linije za različit broj komada Al folije koji su pričvršćeni ispred izlaza cijevi energetskog detektora. Izračunati

debljinu Al folije.

Prema proceduri opisanoj u prethodnom potpoglavlju, pričvrstiti n komada Al folije ispred izlaza cijevi i odrediti fluorescentni signal supstrata. Odrediti debljinu folije d za svako n , a zatim izračunati srednju vrijednost debljine. Popuniti tabelu 8.4.

n	I_F (br. impulsa)	$I_{p_0} \sqrt{2} / I_{p_0}(0)$	I_{Fx} (br. impulsa)	$x = nd\sqrt{2}$ (μm)	$d = x/(n\sqrt{2})$ (μm)
0					
1					
2					
3					
4					
5					
...					

Tabela 8.4. Tabela za zadatak 2.

Zadatak 3. Ponovit mjerenja za Cu foliju na Mo ili Zn supstratu.

Koristeći istu proceduru ponoviti mjerenja, popuniti iste tabele kao i u slučaju Al folije i izračunati debljinu Cu folije.

Fizikalne konstante

Naziv	Oznaka	Iznos
Planckova konstanta	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Bohrov magneton	μ_B	$9,273 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$
Brzina svjetlosti u vakuumu	c	$299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Naboj elektrona	e	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa elektrona	m	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Rydbergova konstanta	R_H	$1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$
Permeabilnost vakuumu	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Dielektrična konstanta vakuumu	ε_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$
Ubrzanje Zemljine teže	g	$9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Literatura

1. D. Dujak, M. Đekić, "Fizika: termodinamika, optika, atomska i nuklearna fizika", elektronska knjiga, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo (2021)
2. C. Kittel, Introduction to "Solid State Physics", 8th edition, John Wiley and Sons, Inc. (2005)
3. Uputstvo za upotrebu jedinice XRD 4.0 Expert Unit za snimanja rendgenskim zracima, Phywe
4. Uputstvo za vježbu XRF-određivanje debljine sloja, Phywe
5. Uputstvo za vježbu Hallov efekat u metalima, Phywe
6. Uputstvo za vježbu Laueova difrakcija, Phywe
7. Uputstvo za vježbu Kvalitativna rendgenska fluorescenta spektroskopija metala i minerala, Phywe
8. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, "Fundamentals of Physics", John Wiley and Sons, New York (2001).
9. A. Papić, "Zeemanov efekat: Teorija i eksperiment" završni rad II ciklusa studija, Univerzitet u Sarajevu-Prirodno-matematički fakultet, Sarajevo (2023).
10. Uputstvo za vježbu Zeemanov efekat s elektromagnetom, Phywe
11. Uputstvo za vježbu Atomski spektri, Pasco
12. F. W. Sears, Optika," Izdavačko preduzeće "Minerva", Subotica (1963).

